

semiconductor Equations:

ضوابط

quasi-electrostatic approximation: $\rightarrow L \ll 0.1 \lambda_{min}$

$$f = 100 \text{ GHz} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 877 \mu\text{m} \rightarrow L \ll 0.1 \lambda_{min}$$

$$L \ll 0.1 \times 877 \mu\text{m}$$

این برای افزایش طول بدون μm شرط تقریباً هم‌اندازه است $\rightarrow L \ll 877 \mu\text{m}$

توزیلات: با این فرض از $\frac{\partial D}{\partial t}$ و $\frac{\partial B}{\partial t}$ صرف نظر کرده‌ایم

کوی بین میدان الکتریکی و مناطقی حذف می‌شود.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \approx 0 \rightarrow \mathbf{E} = -\nabla \psi$$

که این اجازه می‌دهد تا اسکالر پتانسیل الکتریکی را تعیین کنیم

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = \rho$$

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla^2 \psi = -\frac{q}{\epsilon} (p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} \end{aligned}$$

Poisson Equation $\rightarrow \nabla^2 \psi = -\frac{q}{\epsilon} (p - n + c)$

Impurity \rightarrow اسامی طوالت در ناخالصیها

Dopant \rightarrow کنترل شده یا غیر کنترل شده

$$c = \text{جمع ناخالصی های یونیزه شده, Dopant}$$

یونیزه شده و ثابت

continuity Equations:

این معادله در فیزیک که جوی آن می‌گردد یا بستن را توصیف می‌کند

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{J}_p + \mathbf{J}_n) = -\frac{\partial q(p - n + c)}{\partial t} \Rightarrow \nabla \cdot \mathbf{J}_p + \nabla \cdot \mathbf{J}_n = -q \frac{\partial (p - n)}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{J}_p + \mathbf{J}_n) + q \frac{\partial (p - n)}{\partial t} = 0 \rightarrow (\nabla \cdot \mathbf{J}_p + q \frac{\partial p}{\partial t}) + (\nabla \cdot \mathbf{J}_n - q \frac{\partial n}{\partial t}) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{J}_p + q \frac{\partial p}{\partial t} &= \text{G}_p - \text{R}_p = -qR \\ \nabla \cdot \mathbf{J}_n - q \frac{\partial n}{\partial t} &= \text{G}_n - \text{R}_n = -q(-R) = qR \end{aligned} \right\}$$

in equilibrium $\text{G}_p = \text{R}_p, \text{G}_n = \text{R}_n$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \text{G}_p - \text{R}_p \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{دریافت}} - \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{از دست دادن}} = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{تولید}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{تولید}} - \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{از دست دادن}} = \alpha_r n p + \text{G}_p - \alpha_r (n + \delta_n) (p + \delta_p)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left(\frac{\delta p}{\tau_p} \right) \rightarrow \text{G}_p - \text{G}_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{دریافت}} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{تولید}} - \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{از دست دادن}} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{J}_p + \left(-\frac{\delta p}{\tau_p} \right)$$

charge Transport: drift-diffusion model

drift $\rightarrow \begin{cases} v_n = -\mu_n E \\ v_p = \mu_p E \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} J_{n(drift)} &= -qn v_n = n\mu_n q E = \sigma_n E \\ J_{p(drift)} &= qp v_p = p\mu_p q E = \sigma_p E \end{aligned}$

diffusion $\rightarrow \begin{cases} F_n = -D_n \nabla n \\ F_p = -D_p \nabla p \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} J_{n(diff)} &= -q F_n = q D_n \nabla n \\ J_{p(diff)} &= +q F_p = -q D_p \nabla p \end{aligned}$

Flux density

در صورت تعادل $T_c > T_{lattice}$
 در غیر تعادل $T_c < T_{lattice}$

Einstein relation:

$D = \frac{k_B T}{q} \mu = \frac{V_T}{q} \mu$

Stör $\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot J_p + (G_p - R_p) = R \\ \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot J_n + (G_n - R_n) = -R \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{q(p-n+n_0-n_A)}{\epsilon} \end{cases}$

For equilibrium & non-equilibrium
 R: recomb. (J_p, J_n, p, n, ψ)

$\begin{cases} J_n = J_{n(drift)} + J_{n(diff)} = n\mu_n q E + q D_n \nabla n = n\mu_n q (-\nabla \psi) + q D_n \nabla n \\ J_p = J_{p(drift)} + J_{p(diff)} = p\mu_p q E - q D_p \nabla p = p\mu_p q (-\nabla \psi) - q D_p \nabla p \end{cases}$

$\nabla^2 \psi = -\frac{q(p-n+n_0)}{\epsilon}$

Continuity $\begin{cases} \nabla \cdot J_p + q \frac{\partial p}{\partial t} = -qR \rightarrow \nabla \cdot (-p\mu_p q \nabla \psi - q D_p \nabla p) + q \frac{\partial p}{\partial t} = -qR \\ \nabla \cdot J_n - q \frac{\partial n}{\partial t} = qR \rightarrow \nabla \cdot (-n\mu_n q \nabla \psi + q D_n \nabla n) - q \frac{\partial n}{\partial t} = qR \end{cases}$

$\begin{cases} \nabla \cdot (p\mu_p \nabla \psi + \mu_p \nabla p) - \frac{\partial p}{\partial t} = R \\ \nabla \cdot (n\mu_n \nabla \psi - \mu_n \nabla n) + \frac{\partial n}{\partial t} = -R \end{cases}$

drift-diffusion model
 (DD-Model)

Van Roosbroeck back in 1952

Van Roosbroeck $\begin{cases} \nabla^2 \psi = -\frac{q(p-n+n_0-n_A)}{\epsilon} \\ \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot (q n \mu_n (-\nabla \psi) + q D_n \nabla n) + G_n - R_n \\ \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot (q p \mu_p (-\nabla \psi) - q D_p \nabla p) + G_p - R_p \end{cases}$

2/ outlook - lattice - flow
 جفتم انوار سازه‌های شکی
 ۳۱ - باعث تغییر در μ به صورت مستقیم
 باعث تغییر نرخ R و R_n در μ به صورت غیر مستقیم می‌شود
 اثرات تمام پدیده‌ها یکدیگر را در بر می‌گیرد و باید با هم در نظر گرفته شود

حرارت در مداخلات فیزیکیها به روش مستقیم
 و غیر مستقیم وارد می‌شود
 شباهت مدارهای پیوستگی برای بار یک مدار پیوستگی برای حرارت داریم به صورت زیر

$$\boxed{V_L (k \nabla T_L) - \rho C \frac{\partial T_L}{\partial t} = -H} \rightarrow \text{مدار انتقال حرارت}$$

k : هدایت حرارتی
 ρ : چگالی جرم
 C : هدایت ترمال
 H : منبع حرارت

برای انتقال حرارت توسط drift نداریم چرا که اتمها در شبکه فیکس شده حرارت از طریق phonons توزیع می‌شود (حرکت از طریق فوژون توزیع می‌شود)

در دلفن کانال یک MOSFET ضعیف است که نسبت یک الکترون به ریزش اشباع در ریزش حرارت به الکترون
 در دلفن از دلفن لیتس lattice نسبت دارد می‌شود (Hot electrons)
 حرارت در داخل نیمه رسانا با توسط جرم شارژ می‌شود و در خروجی اول را
 به بیرون یک چگالی ایجاد می‌شود

$$H = B \cdot J + R \cdot B_g$$

Heat source

$B \cdot J$: First order Jole-term
 $R \cdot B_g$: carrier recombination

برای مدل سازی که در اثر حرارت می‌شود
 Seebeck مورد نیاز است
 در دلفن کوانتومی یعنی انتقال حرارت توسط
 چگالی الکترون به اثر پتیه پتیه معروف

$$\begin{aligned} \bar{D}_{n(th)} &= q D_{n(th)} \nabla T_L \\ \bar{D}_{p(th)} &= -q D_{p(th)} \nabla T_L \end{aligned}$$

گرایی دما منبع دینامیک حرارت

$$\boxed{D_{n(th)} = \frac{D_n}{2T_L}}$$

Carrier Transport
 (الکترون، حفره‌ها، نیمه رسانا، در دلفن کوانتومی، چگالی الکترون، در دلفن کوانتومی)
 فعل دوم:
 می‌تواند حرارت یا یک انرژی به هر الکترون در توان بسته دارد و سطح انرژیهای مجاز از ساختار نوار انرژی مواد بستگی دارد
 می‌تواند مرکز را مکان توزیع الکترونهای انرژی الکترونها بسته داشته

وقتی که $\frac{dT}{dt} = 0$ در هر شرایطی که در تمام شده باشد: (Thermal Equilibrium)
 در حالت غیر تعادلی یعنی وقتی که $\frac{dT}{dt} \neq 0$ باشد طبق قانون حرکت نیوتن خواص دارد:

فرض کنیم $\vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{\sigma} = 0$

$$F = ma$$

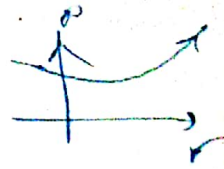
$$-qE_{ext} = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{d(\rho v)}{dt} \rightarrow \boxed{-qE_{ext} = \frac{\partial \rho v}{\partial t}}$$

در دلفن کوانتومی، چگالی الکترون در دلفن کوانتومی، چگالی الکترون در دلفن کوانتومی

Scattering → phonon scattering (lattice vibration)

lattice periodicity
phonon
impurity

فوتون کنترل است یا ارتعاش ذرات که نسیم کافتن می‌کند
فنا یا فنا می‌شود هم این را کنترل می‌کند



$\Delta p_i \approx \frac{h}{2}$

Heisenberg's uncertainty principle

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = \vec{F}(\vec{p}, \vec{r}, t) + \vec{R}(\vec{p}, \vec{r}, t)$$

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{u}_i(\vec{k}) \quad i=1, 2, \dots, N$$

$\frac{dp_i}{dt} = -qE$
مکانیزم انتقال

\vec{F} : نیروی خارجی
 \vec{R} : نیروی داخلی
 $\vec{F} = -q\vec{E}(\vec{r}, t)$

distribution function

$$F(\vec{p}, \vec{r}, t)$$

$$F(\vec{p}, \vec{r}, t) \cdot d\vec{p} d\vec{r}$$

احتمال پیدا کردن یک حامل با اندازه حرکتی در بازه $(\vec{p}, \vec{p}+d\vec{p})$ و مکانی در حجم $(\vec{r}, \vec{r}+d\vec{r})$

حاملی فوق یک منقسم می‌کند است با کوه عدم قطعیت ها نیز بزرگ منافات دارد تا آنجا که امکان وقوع در حالت انتقال بزرگتر است و صحت در کوه. (مکانیزم انتقال از رابطه زیر بدست می‌آید که عدم قطعیت ها نیز بزرگ منافات ندارد)

Boltzman Transport Equation:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}_r f + \vec{F} \cdot \vec{\nabla}_p f = Q(f)$$

پارامتر با تعداد collision بین ذرات و شیب میدان می‌باشد

$Q(f)$: غیر پراکنش

$$Q(f) = \sum_{p'} f(p') [1 - f(p)] S(p', p) - \sum_p f(p) [1 - f(p')] S(p, p')$$

$S(p', p)$: نرخ گذر ذرات با اندازه حرکت p به اندازه حرکت p' در باند مزبور
 $S(p, p')$: نرخ گذر ذرات با اندازه حرکت p' به اندازه حرکت p در باند مزبور

$Q(f)$ از قاعده پائولی استفاده می‌کند $[1 - f(p)]$, $[1 - f(p')]$ طبق اصل پائولی principle

فنا یا فنا شدن غیر فعال شدن مدار انتقال بزرگتر می‌شود.

برای نیم رسانا که غیر تبخیر non-degenerate است غلظت یا کمترین حالتها نسبتاً کوچک است $(f \ll 1)$

از قاعده پائولی در توان مینظر کرد و داشته باشیم

$$Q(f) = \sum_p f(p) S(p', p) - \sum_{p'} f(p') S(p, p')$$

2¹⁰ = 1k 2²⁰ = 1M 2³⁰ = 1G

تجزیه انرژی به انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل و انرژی همبستگی و انرژی درونی و انرژی بیرونی
 انرژی همبستگی هفت بعدی، این یعنی اینکه با روش گسترده‌ای در جهت هر مختصات نیاز داریم

5.6 Trabyte = 5600 × 10¹⁴ = 5600 × 10¹⁴ × 8 byte = 44800 × 10¹⁴ byte

در حالت (point) نقطه یا یک نقطه خاص در فضا $F(\vec{p}, \vec{r}, t) = F(\vec{p}, \vec{r})$ Equilibrium ضمیمه با یک نام نه در فضا

در این حالت انتقال از انرژی حرکت μ به انرژی حرکت μ $Q_{H=0}$ برابر است

$$\vec{F} \cdot \nabla_{\vec{p}} F + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} F - \frac{\partial F}{\partial t} = Q(\vec{p}, \vec{r})$$

در این حالت انتقال از انرژی حرکت μ به انرژی حرکت μ $Q_{H=0}$ برابر است

معادله انتقال بولتزمن

$$F(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\epsilon_{tot}(\vec{p}, \vec{r}) - \epsilon_F}{k_B T}\right)}$$

Fermi-Dirac distribution

انرژی کل $\epsilon_{tot}(\vec{p}) = \epsilon_{pot}(\vec{r}) + \epsilon_{kin}(\vec{p}, \vec{r})$

انرژی پتانسیل $\epsilon_{pot}(\vec{p}) = \epsilon_c = \epsilon_c(\vec{r}) - q\psi(\vec{r})$

4m: پتانسیل اتمی شده ψ

$$\epsilon_{kin}(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{|\vec{p}|^2}{2m^*} = \frac{m^* |\vec{v}|^2}{2}$$

spherically isotropic parabolic

$$F(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\epsilon_{tot}(\vec{p}, \vec{r}) - \epsilon_F}{k_B T}\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\epsilon_c + \epsilon_{kin} - \epsilon_F}{k_B T}\right)}$$

$$F(\vec{p}, \vec{r}) \cong \exp\left(\frac{\epsilon_F - (\epsilon_c + \epsilon_{kin})}{k_B T}\right)$$

$$= \exp\left(\frac{\epsilon_F - \epsilon_c}{k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{-\epsilon_{kin}}{k_B T}\right)$$

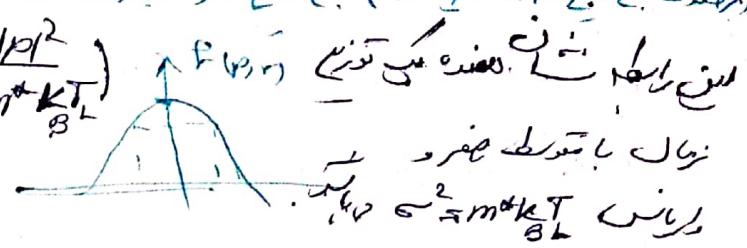
$$F(\vec{p}, \vec{r}) = A \cdot \exp\left(\frac{-\epsilon_{kin}}{k_B T}\right) = A \exp\left(\frac{-|\vec{p}|^2}{2m^* k_B T}\right)$$

Maxwell-Boltzmann distribution

$$\epsilon_{kin} = \frac{|\vec{p}|^2}{2m^*}$$

در صورت تابع توزیع فرم-مدار یک تابع توزیع ماکسول-بولتزمن از خود باقی می ماند پس بر این اساس می توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم

$$f(\vec{p}, \vec{v}) = A \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{p^2}{m^* k_B T_B}\right)$$

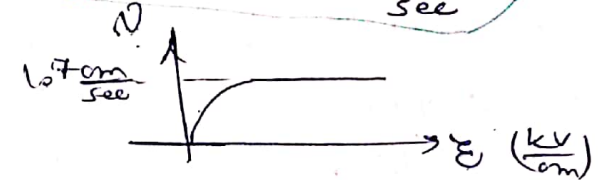


$$f(p_{th}) = A \exp(-1)$$

$$|\vec{p}_{th}| = \sqrt{2m^* k_B T_B} \rightarrow v_{th} = \frac{|\vec{p}_{th}|}{m^*} = \sqrt{\frac{2k_B T_B}{m^*}}$$

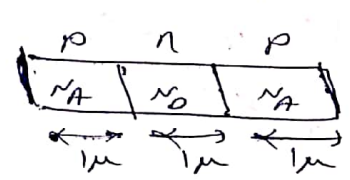
$$v_{th} = 10^7 \frac{cm}{sec}$$

اگر $N_A = 200 \frac{cm^2}{V \cdot s}$ و $\mu_n = 1000 \frac{cm^2}{V \cdot s}$ و $E = 5.0 \frac{kV}{cm}$ و $N_D \approx 10^{17} \frac{cm^{-3}}$ در نظر بگیرید و رابطه زیر را در نظر بگیرید



در نظر بگیرید که هم از اول سرعت فارسی با رابطه اشباع متفاوت است

Boundary condition (در این رابطه از رابطه پ، n، phi استفاده می شود)



مثال 2
 $N_A = N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\rho}{\epsilon} = -q(p + n + N_D^+ - N_A)$$

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\rho}{\epsilon} = -q(p - n + N_D^+ - N_A)$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{J}_p + q \frac{\partial p}{\partial t} = G_p - R_p \\ \nabla \cdot \vec{J}_n - q \frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n \end{cases}$$

stationary case
 $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$
 $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{J}_p + 0 = G_p - R_p = -Rq \\ \nabla \cdot \vec{J}_n - 0 = G_n - R_n = +Rq \end{cases}$$

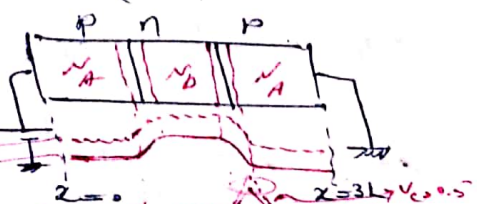
$$\begin{cases} \nabla \cdot (-qD_p \vec{\nabla} p + p\mu_p q \vec{E}) + 0 = -Rq \\ \nabla \cdot (qD_n \vec{\nabla} n + n\mu_n q \vec{E}) + 0 = +Rq \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_p + G_p - R_p \\ \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n + G_n - R_n \\ \vec{J}_n = n\mu_n q \vec{E} + qD_n \vec{\nabla} n \\ \vec{E} = -\vec{\nabla} \psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot (-qD_p \vec{\nabla} p - p\mu_p q \vec{\nabla} \psi) = -Rq \\ \nabla \cdot (q\mu_n \vec{\nabla} n - n\mu_n q \vec{\nabla} \psi) = +Rq \end{cases}$$

با یک بار بردن شرایط مرزی برای هر دو حالت در فرمول خردی مرتب می شود
 یک بار بردن شرایط مرزی برای هر دو حالت Poisson (پوانسون)

$\psi(x=0) = V_c$
 $\psi(x=L) = 0$
 در این حالت برای هر دو حالت در نظر بگیرید



$$\begin{cases} p(x=0) = N_A & p(x=L) = N_A \\ n(x=0) = \frac{n_i^2}{N_A} & n(x=L) = \frac{n_i^2}{N_A} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi(0) = V_c \\ \psi(L) = 0 \\ p(0) = N_A \\ n(0) = n_i^2 / N_A \\ p(L) = N_A \\ n(L) = n_i^2 / N_A \end{cases}$$

در حالت غیر تعادل:

در حالت تعادل و در حالت غیر تعادل: $\Phi_n \equiv \frac{E_{Fn} - E_{i,n}}{-q} \rightarrow \Phi_n = \psi - \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n}{n_i} \right)$

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= n \mu_n q \vec{E} + q D_n \vec{\nabla} n = \\ &= n \mu_n q (-\vec{\nabla} \psi) + q D_n \vec{\nabla} n = n \mu_n q \left(-\vec{\nabla} \psi + \frac{D_n}{\mu_n} \frac{1}{n} \vec{\nabla} n \right) \\ &= n \mu_n q \left(-\vec{\nabla} \psi + v_{Th} \frac{1}{n} \vec{\nabla} n \right) \\ &= n \mu_n q \left(-\vec{\nabla} \psi + v_{Th} \frac{n_i}{n} \vec{\nabla} \left(\frac{n}{n_i} \right) \right) \\ &= n \mu_n q \left[-\vec{\nabla} \psi + \vec{\nabla} \left(v_{Th} \ln \left(\frac{n}{n_i} \right) \right) \right] \\ &= n \mu_n q \left[-\vec{\nabla} \left(\psi - v_{Th} \ln \left(\frac{n}{n_i} \right) \right) \right] \\ \vec{J}_n &= n \mu_n q \left[-\vec{\nabla} \Phi_n \right] = n \mu_n q \vec{E}_{Fn} \end{aligned}$$

در حالت تعادل:

$$\begin{aligned} n &= n_i e^{\frac{E_n - E_i}{kT}} \rightarrow n = n_i e^{\frac{E_n - E_i}{-q\psi}} = n_i e^{-\frac{E_n - E_i}{-q\psi}} \\ \Phi_n - \psi &= -v_{Th} \ln \frac{n}{n_i} \rightarrow \left[\Phi_n = \psi - v_{Th} \ln \frac{n}{n_i} \right] \\ \vec{J}_n &= n \mu_n q \vec{E} + q D_n \vec{\nabla} n = n \mu_n q \left[-\vec{\nabla} \left(\psi - v_{Th} \ln \frac{n}{n_i} \right) \right] \\ &= n \mu_n q \left[-\vec{\nabla} \Phi_n \right] \\ \vec{J}_n &= n \mu_n q \vec{E}_n \end{aligned}$$

$$\vec{J}_p = p \mu_p q \vec{E} - q D_p \vec{\nabla} p \quad \vec{J}_p = p \mu_p q \left[-\vec{\nabla} \Phi_p \right] = p \mu_p q \vec{E}_{Fp}$$

در حالت تعادل:

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= -q \mu_n n \vec{\nabla} \Phi_n \\ n &= n_i e^{\exp \left(\frac{\psi - \Phi_n}{v_{Th}} \right)} \\ \vec{J}_p &= -q \mu_p p \vec{\nabla} \Phi_p \\ p &= p_i e^{\exp \left(\frac{\Phi_p - \psi}{v_{Tp}} \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_p &= p \mu_p q \left[-\vec{\nabla} \psi - \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p} \vec{\nabla} p \right] \\ &= p \mu_p q \left[-\vec{\nabla} \psi + v_{Tp} \frac{1}{p} \vec{\nabla} p \right] \\ &= p \mu_p q \left[-\vec{\nabla} \psi - v_{Tp} \frac{p_i}{p} \vec{\nabla} \left(\frac{p}{p_i} \right) \right] \\ &= p \mu_p q \left[-\vec{\nabla} \left(\psi + v_{Tp} \ln \left(\frac{p}{p_i} \right) \right) \right] \\ &= p \mu_p q \left[-\vec{\nabla} \Phi_p \right] \end{aligned}$$

$\Phi_n \equiv \frac{E_{Fn} - E_{i,n}}{-q}$
 بیان می‌کند که پتانسیل درونی و پتانسیل بارهای خنثی را در بر می‌گیرد.
 در حالت تعادل، پتانسیل درونی و پتانسیل بارهای خنثی برابر است.
 در حالت غیر تعادل، پتانسیل درونی و پتانسیل بارهای خنثی متفاوت است.

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= n \mu_n q (-\vec{\nabla} \Phi_n) & \Phi_n &= \psi - v_{Th} \ln \left(\frac{n}{n_i} \right) \\ \vec{J}_p &= p \mu_p q (-\vec{\nabla} \Phi_p) & \Phi_p &= \psi + v_{Tp} \ln \left(\frac{p}{p_i} \right) \end{aligned}$$

در حالت تعادل، پتانسیل درونی و پتانسیل بارهای خنثی برابر است. در حالت غیر تعادل، پتانسیل درونی و پتانسیل بارهای خنثی متفاوت است.

$$\begin{aligned} n &= N_c e^{\frac{-(E_c - E_F)}{kT}} & n &= n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}} \\ p &= N_v e^{\frac{-(E_F - E_v)}{kT}} & p &= p_i e^{\frac{E_i - E_F}{kT}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n p &= n_i^2 & E_F - E_i &= kT \ln \left(\frac{n}{n_i} \right) \\ E_F - E_i &= \psi - \Phi_n & E_F - E_i &= \psi - \Phi_n \\ \frac{E_F - E_i}{q} &= \psi - \Phi_n \\ \frac{E_i - E_F}{-q} &= \psi - \Phi_n \end{aligned}$$

در حالت غیر تعادل:

$$\begin{aligned} n &= n_i e^{\frac{E_{Fn} - E_i}{kT}} \\ p &= p_i e^{\frac{E_i - E_{Fp}}{kT}} \\ E_i &= E_{i,0}(\vec{r}) - q\psi(\vec{r}) \\ E_{c,n} &= E_{c,0}(\vec{r}) - q\psi(\vec{r}) \\ E_{v,p} &= E_{v,0}(\vec{r}) - q\psi(\vec{r}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n p &= n_i^2 e^{\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{kT}} \\ n p &\neq n_i^2 \\ \frac{E_i - E_{Fp}}{-q} &= \psi - \Phi_p \rightarrow \frac{E_{i,0} - q\psi - E_{Fp}}{-q} = \psi - \Phi_p \\ \rightarrow \Phi_p &\equiv \frac{E_{Fp} - E_{i,0}}{-q} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= -n \mu_n q \vec{\nabla} \Phi_n = -n \mu_n q \vec{\nabla} \left(\psi - v_{Th} \ln \frac{n}{n_i} \right) = -q \mu_n n \vec{\nabla} \psi + q D_n \vec{\nabla} n - \mu_n n (kT v_{Th} \ln(n/n_i)) \\ \vec{J}_p &= -p \mu_p q \vec{\nabla} \Phi_p = -p \mu_p q \vec{\nabla} \left(\psi + v_{Tp} \ln \frac{p}{p_i} \right) = p \mu_p q \vec{E}_p \rightarrow \vec{E}_p = -\vec{\nabla} \left(\psi + v_{Tp} \ln \frac{p}{p_i} \right) \end{aligned}$$

$$n = n_i e^{\frac{E_{Fn} - E_i}{kT}} \quad E_i = E_{i0} - q\psi \quad n = n_i e^{\frac{E_{Fn} - E_{i0} + q\psi}{kT}}$$

$$E_{Fn} - E_{i0} + q\psi = \frac{q(\psi - \phi_n)}{1} \Rightarrow E_{Fn} - E_{i0} = -q\psi + kT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$$

$$E_{Fn} - E_{i0} = \psi - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$$

$$\boxed{E_{Fn} = E_{i0} + q\phi_n} \quad \phi_n = \frac{E_{Fn} - E_i}{-q} \quad \boxed{\phi_n = \psi - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)} = \frac{E_{Fn} - E_{i0}}{-q}$$

$$p = n_i e^{\frac{E_i - E_{Fp}}{kT}} \quad E_i = E_{i0} - q\psi \quad p = n_i e^{\frac{E_{i0} - q\psi - E_{Fp}}{kT}}$$

$$E_{i0} - E_{Fp} - q\psi = kT \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) \Rightarrow E_{i0} - E_{Fp} = q\psi + kT \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)$$

$$\frac{E_{Fp} - E_{i0}}{-q} = \psi + \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)$$

$$\boxed{E_{Fp} = E_{i0} - q\phi_p} \quad \boxed{\phi_p = \psi + \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{p}{n_i}\right)} = \frac{E_{Fp} - E_{i0}}{-q}$$

$$J_n = n \mu_n q (-\nabla \phi_n)$$

$$= n \mu_n q (-\nabla [\psi - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)])$$

$$= n \mu_n q (-\nabla \frac{E_{Fn} - E_{i0}}{-q}) \quad \begin{matrix} \text{بینا کی طرح حرکت کرتا ہے} \\ \text{بین دریا میں حرکت کرتا ہے} \end{matrix} = n \mu_n \nabla E_{Fn}$$

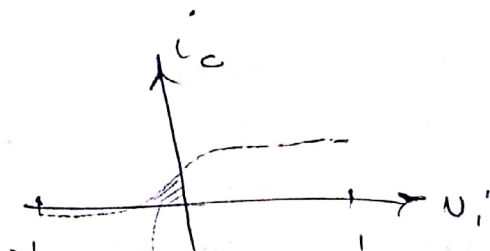
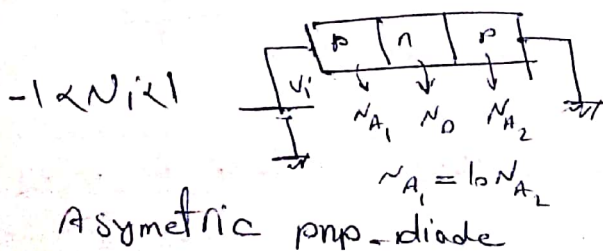
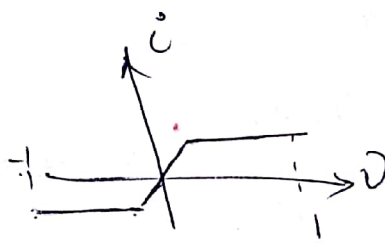
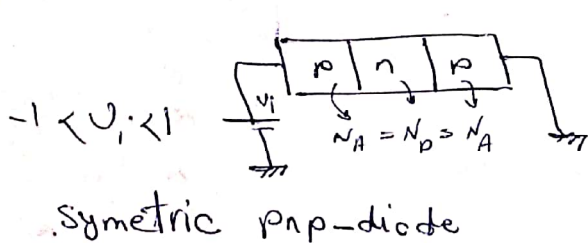
$$\boxed{J_n = n \mu_n \nabla E_{Fn}}$$

$$J_p = p \mu_p q (-\nabla \phi_p)$$

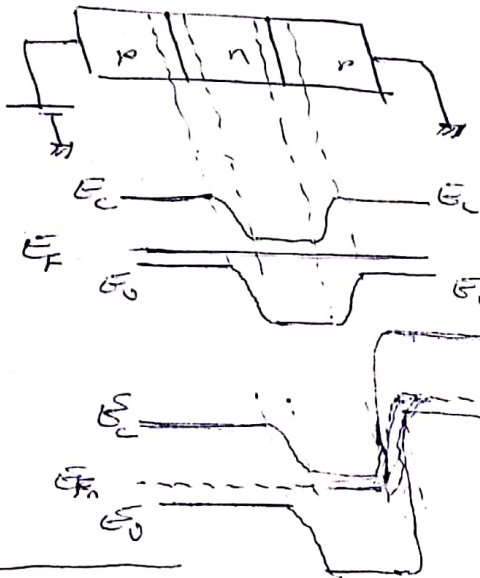
$$= p \mu_p q (-\nabla \frac{E_{Fp} - E_{i0}}{-q}) \quad \begin{matrix} \text{بینا کی طرح حرکت کرتا ہے} \\ \text{بین دریا میں حرکت کرتا ہے} \end{matrix} = p \mu_p \nabla E_{Fp}$$

$$\boxed{J_p = p \mu_p \nabla E_{Fp}}$$

دریچہ میں حرکت: دیکھیں کہ جاننا پڑے گا کہ سب سے زیادہ حرکت کرنے والے (زیادہ سلیبس) ہیں۔
 ہوائی جہاز کے درجہ اتارنے پر وہ جہازیں ہیں جنہوں نے سب سے زیادہ حرکت کی ہے۔

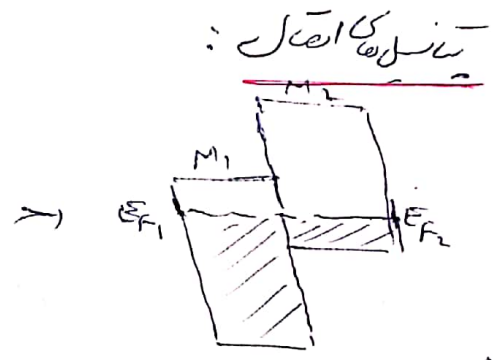
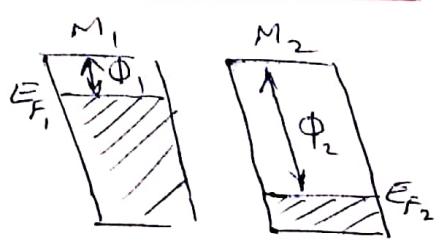


دریچہ میں حرکت کرتا ہے۔ ایک غیر passive عنصر ہے اور اس میں بائیں طرف سے



$n = n_i e^{\frac{E_F - E_i}{kT}}$
 $E_F - E_i = kT \ln \frac{n}{n_i}$
 $E_{Fn} - E_i = q(\psi - \phi_n)$
 $E_{Fn} - (E_{i,0} - q\psi) = q(\psi - \phi_n)$
 $\phi_n = \frac{E_{Fn} - E_{i,0}}{q}$
 $J_n = n \mu_n q (-V \phi_n)$
 $J_n = n \mu_n q (-V (E_{Fn} - E_{i,0}) / q)$
 $J_n = n \mu_n q V (\psi - \phi_n)$
 $J_p = p \mu_p q V (\psi - \phi_p)$

Contact potentials:



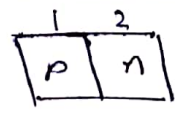
M_1 work function ϕ_1
 M_2 work function ϕ_2
 $q\psi_{12} = E_{F1} - E_{F2}$ (1)

$\psi_{12} = \psi_1 - \psi_2$
 $\psi_{12} = \phi_2 - \phi_1$

$q\phi_1 = E_{vac} - E_{F1}$
 $q\phi_2 = E_{vac} - E_{F2}$
 $\psi_{12} = \phi_2 - \phi_1$ (2)

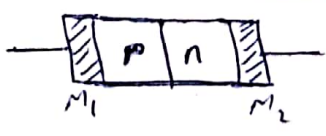


$\psi_{13} = \psi_{12} + \psi_{23} = (\phi_2 - \phi_1) + (\phi_3 - \phi_2) = \phi_3 - \phi_1$
 $\psi_{13} = E_{F1} - E_{F3} = E_{F1} - E_{F2} + E_{F2} - E_{F3} = (\phi_2 - \phi_1) + (\phi_3 - \phi_2)$
 $\psi_{13} = \phi_3 - \phi_1$



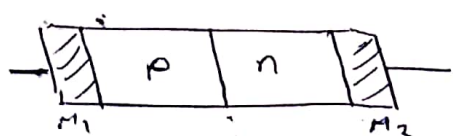
$q\psi_{12} = E_{Fp} - E_{Fn} = (E_i + kT \ln \frac{p}{n_i}) - (E_i + kT \ln \frac{n}{n_i})$
 $= -kT \ln \frac{n p}{n_i^2}$
 $= -kT \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}$

$\psi_{12} = \phi_2 - \phi_1 =$
 (work function difference)

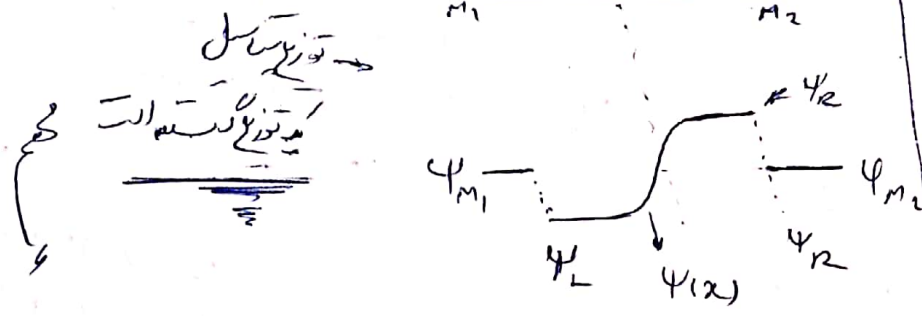


$q\psi_{M1p} = E_{FM1} - E_{Fp} =$
 $q\psi_{pn} = E_{Fp} - E_{Fn} = -q\psi_0$
 $q\psi_{nm2} = E_{Fn} - E_{FM2} =$

$q\psi_{M1M2} = E_{FM1} - E_{FM2} = 0$
 if $M_1 = M_2 = M$



$$\begin{aligned} \psi_{M_1, M_2} &= \psi_{M_1, p} + \psi_{p, n} + \psi_{n, M_2} \\ &= (\psi_{n_i} - \psi_p) + (\psi_p - \psi_n) - (\psi_n - \psi_{M_2}) \\ &= (\phi_p - \phi_M) + (\phi_n - \phi_p) + (\phi_M - \phi_n) \\ &= 0 \end{aligned}$$



$$q\psi_{M_1, p} = E_{F, M_1} - E_{F, p}$$

$$q\psi_{p, n} = E_{F, p} - E_{F, n}$$

$$q\psi_{n, M_2} = E_{F, n} - E_{F, M_2}$$

$$\psi_{M_1, p} = \frac{-E_{F, p}}{q} \quad \psi_{M_1, p} = \psi_{M_1} - \psi_L$$

$E_{F, M_1} = 0$
 $E_{F, M_2} = 0$
 مرجع

$$\psi_L = \psi_{M_1} + \frac{E_{F, p}}{q}$$

$$\psi_{n, M_2} = \frac{E_{F, n}}{q} \quad \psi_{n, M_2} = \psi_L - \psi_{M_2}$$

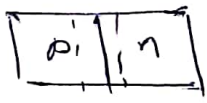
$$\psi_{M_1, p} = \psi_{M_1} - \psi_p = \phi_p - \phi_{M_1} \rightarrow \psi_p = \psi_{M_1} - (\phi_p - \phi_{M_1}) \rightarrow \psi_p = \psi_L$$

$$\psi_{n, M_2} = \psi_n - \psi_{M_2} = \phi_n - \phi_{M_2} \rightarrow \psi_n = \psi_{M_2} + (\phi_n - \phi_{M_2}) \rightarrow \psi_n = \psi_L$$

$$\psi_L = \psi_{M_2} + \frac{E_{F, n}}{q}$$

The built-in potential:

پتانسیل درونی



$$\vec{J}_n = \vec{J}_p = 0$$

$$n_p \mu_n \nabla E_{F, n} = 0 \quad p \mu_p \nabla E_{F, p} = 0$$

$$\nabla E_{F, n} = 0 \quad \nabla E_{F, p} = 0$$

$$\nabla(-q\phi_n) = 0 \quad \nabla(-q\phi_p) = 0$$

$$\phi_n = cte \quad \phi_p = cte$$

$$\phi_n = \psi - V_T \ln \frac{n}{n_i}$$

$$\phi_p = \psi + V_T \ln \frac{p}{n_i}$$

$$\psi_{bi} = V_T \ln \frac{n_p}{n_i}$$

$$\psi_{bi} = -V_T \ln \frac{p_p}{n_i}$$

$$\rho = \frac{q n_i^2}{n} \quad \psi_{bi} = -V_T \ln \frac{p_p}{n_i}$$

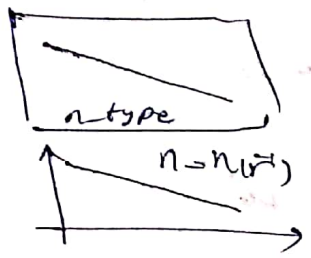
$$\rho - n + N_D^+ - N_A^- = 0$$

$$n_i e^{-\frac{\psi_{bi}}{V_T}} - n_i e^{\frac{\psi_{bi}}{V_T}} + N_D^+ - N_A^- = 0$$

$$\psi_{bi} = V_T \sinh^{-1} \left(\frac{N_D^+ - N_A^-}{2n_i} \right)$$

تفاوت پتانسیل درونی با پتانسیل اتصال
 در منطقه خنثی
 در منطقه خنثی
 در منطقه خنثی

در منطقه خنثی پتانسیل درونی
 در منطقه خنثی پتانسیل درونی
 در منطقه خنثی پتانسیل درونی



$$J = J_n = 0$$

$$J = J_n(x) - J_p(x) = 0$$

$$= q n \mu_n \nabla \phi + n \mu_p e \nabla \phi = 0$$

$$= n q \mu_n \nabla (-\phi_n) = 0$$

$$\phi_n = \psi_n = \text{constant}$$

$$n \mu_n \nabla \phi + q \mu_p \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$$q \mu_p \frac{\partial n}{\partial x} = -n \mu_n \nabla \phi$$

$$\phi_2 - \phi_1 = -V_T \int_1^2 \frac{dn}{n}$$

$$\phi_2 - \phi_1 = -V_T \ln \frac{n_2}{n_1}$$

مع این شرایط می توان نوشت:

$$\phi_n = \psi_n = V_T \ln \frac{n}{n_i}$$

$$J = n q \mu_n (-\nabla \phi_n) = 0$$

$$\psi_n = V_T \ln \frac{n}{n_i} = \text{cte}$$

$$\nabla \phi_n = 0$$

$$\phi_n = \text{cte}$$

$$\psi_{bi} = V_T \ln \frac{n}{n_i} \Rightarrow \psi(x) = V_T \ln \left(\frac{n(x)}{n_i} \right)$$

این رابطه را می توانیم در دو طرف آن یک عبارت دیگر اضافه کنیم تا به این فرم در بیان آن برسیم:

$$\psi_{bi}(x) = -V_T \ln \left(\frac{n_i}{n(x)} \right)$$

$$i_f = 0 \Rightarrow p - n + N_D - N_A = 0$$

$$n_i e^{-\frac{\psi_{bi}(x)}{V_T}} - n_i e^{\frac{\psi_{bi}(x)}{V_T}} + N_D - N_A = 0 \Rightarrow \psi_{bi}(x) = V_T \sinh^{-1} \frac{N_D - N_A}{2n_i}$$

این برای دو طرف هستند همانند آن که برای دو طرف هستند می بینیم این دو طرف را با هم جمع می کنیم و به این فرم می رسیم:

ohmic contact:

$E_{Fn} > E_{F3} \xrightarrow{\phi_m < \phi}$ ohmic contact
 $E_{Fn} < E_{F5} \xrightarrow{\phi_m > \phi}$ schottky contact.

$$\frac{E_{Fn} - E_i}{kT}$$

$$n = n_i e^{\frac{E_{Fn} - E_i}{kT}} = n_i e^{\frac{q\phi_m - q\psi_{bi}}{kT}}$$

$$\frac{E_{Fn} - E_i}{q} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n}{n_i} \right) \Rightarrow E_{Fn} = E_i + q\psi_{bi}$$

$$\psi = V_c - \psi_{ms}$$

$$\psi_{ms} = \frac{E_{Fn} - E_{F5}}{q} = \frac{E_{Fn} - (E_i + q\psi_{bi})}{q} = \frac{E_{Fn} - E_i}{q} - \psi_{bi}$$

$$\psi_{ms} = \phi'_{ms} - \psi_{bi} \rightarrow \psi_{ms} = \phi'_{ms} - V_T \sinh^{-1} \left(\frac{N_D - N_A}{2n_i} \right)$$

$$\phi'_{ms} = \frac{E_{Fn} - E_i}{q}$$

این فرم را می توانیم به این فرم تبدیل کنیم:

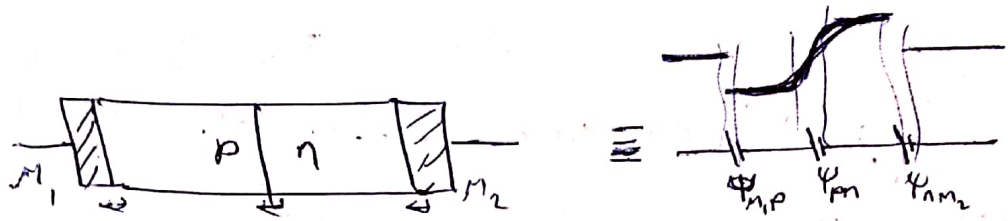
$$\psi = V_c - \psi_{ms}$$

$$\psi = V_c - \left[\phi'_{ms} - V_T \sinh^{-1} \left(\frac{N_D - N_A}{2n_i} \right) \right]$$

$$\psi = V_c - \phi'_{ms} + V_T \sinh^{-1} \left(\frac{N_D - N_A}{2n_i} \right)$$

... در حالت کلی \rightarrow finite differ \rightarrow حالت صفر

فولت بین دو نقطه گاست با هم صفر برای کیفیت تویست عدد است



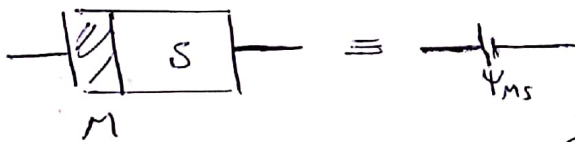
$$\psi_{MM_1} = \psi_{M_1p} + \psi_{pn} + \psi_{nM_2} = (\phi_p - \phi_{M_1}) + (\phi_n - \phi_p) + (\phi_{M_2} - \phi_n) = \phi_{M_2} - \phi_{M_1}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{M_1p} &= \psi_{M_1} - \phi_p \\ \psi_{M_1p} &= \phi_p - \phi_{M_1} \end{aligned} \right\} \rightarrow \psi_{M_1} - \phi_p = \phi_p - \phi_{M_1} \rightarrow \phi_p = \psi_{M_1} - (\phi_p - \phi_{M_1})$$

$$\boxed{\psi_p = \psi_{M_1} - (\phi_p - \phi_{M_1})}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi_{nM_2} &= \psi_n - \psi_{M_2} \\ \psi_{nM_2} &= \phi_{M_2} - \phi_n \end{aligned} \right\} \rightarrow \psi_n - \psi_{M_2} = \phi_{M_2} - \phi_n \rightarrow \psi_n = \psi_{M_2} + (\phi_{M_2} - \phi_n)$$

$$\boxed{\psi_n = \psi_{M_2} + (\phi_{M_2} - \phi_n)}$$



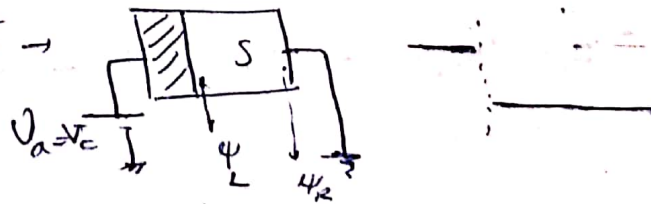
$$\psi_{MS} = \psi_M - \psi_S = \phi_S - \phi_M = \frac{E_S - E_{FM}}{-q} = \frac{E_{FM} - E_S}{q}$$

$$\psi_{MS} = \frac{E_{FM} - E_{FS}}{q} = \frac{E_{FM} - (E_i + q\psi_{bi})}{q} = \frac{E_{FM} - E_i}{q} - \psi_{bi}$$

انتقال بار، بافتن صفر $\rightarrow \psi_{MS} = \phi_{MS} - \psi_{bi}$

در حالت کلی $\psi_{MS} > \psi_{bi}$ در این صورت $\psi_{MS} > \psi_{bi}$ در این صورت $\psi_{MS} > \psi_{bi}$ در این صورت

$E_{FM} > E_{FS} \rightarrow \psi_{MS} < \psi_{bi}$ ohmic contact \rightarrow



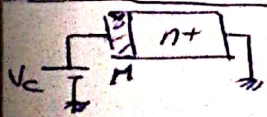
$$\psi = V_a - \psi_{MS}$$

$$= V_a - \left(\frac{E_{FM} - E_{FS}}{q} \right) = V_a - \frac{1}{q} (E_{FM} - E_{FS}) = V_a - \frac{1}{q} (E_{FM} - (E_i + q\psi_{bi}))$$

$$= V_a - \frac{1}{q} (E_{FM} - E_i) - \psi_{bi}$$

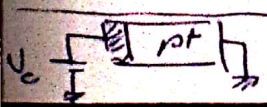
$$= V_a - \phi_{Mi} - \psi_{bi} = V_a - [\phi'_{MS} + \psi_{bi}]$$

$$= V_a - [\phi'_{MS} + \sqrt{N_A} \sinh\left(\frac{E_{FM}}{2n_i}\right)]$$



$$\psi = V_a - \psi_{MS}$$

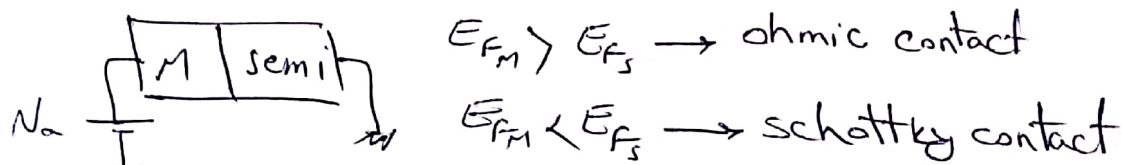
$$\psi = V_a - (\phi_{Mi} + \psi_{bi}) = V_a - (\phi_{Mi} - \psi_{bi})$$



$$\psi = V_a - \psi_{MS} = \psi_{bi} - (\phi_{Mi} + \psi_{bi})$$

$$= V_a - (\phi_{Mi} + \psi_{bi})$$

6 / ohmic contact انواع اتصال:



در سید سازی افزوده شدن نیمه رسانا که برابر شرایط مزبور عموماً از اتصالات اهمی ایده آل استفاده می شود.
 - در مدل اهمی ساده از افت ولتاژ در نواحی اتصال صرف نظر می شود بطوریکه در نیمه رسانا نور از اثرات سطح فرمی
 فلز بطور یکنواخت به سطح فرمی نیمه رسانا متصل می شود در زیر یکی اتصال از فرمول خاص تکلیفاً صرف نظر می شود
 و تعداد حامل شارژ در نظر گرفته می شود:

$$c = N_D^+ - N_A^-$$

$$\begin{cases} np = n_i^2 \\ p - n + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{1}{2} (\sqrt{c^2 + 4n_i^2} + c) \\ p = \frac{1}{2} (\sqrt{c^2 + 4n_i^2} - c) \end{cases}$$

if $c \gg n_i \rightarrow n = c$
 $p = \frac{n_i^2}{c}$

$\phi_n = \psi - v_T \ln \frac{n}{n_i}$
 $\phi_p = \psi - v_T \ln \frac{p}{n_i}$
 if $n = n_i \rightarrow \psi = 0$
 $\psi_{bi} = v_T \ln \left(\frac{p}{n_i} \right)$
 $\phi_n = \psi - \psi_{bi}$

در مدل اهمی ساده از افت ولتاژ در نواحی اتصال صرف نظر می شود بطوریکه در نیمه رسانا نور از اثرات سطح فرمی فلز بطور یکنواخت به سطح فرمی نیمه رسانا متصل می شود در زیر یکی اتصال از فرمول خاص تکلیفاً صرف نظر می شود و تعداد حامل شارژ در نظر گرفته می شود:

افت ولتاژ کامل با دست
 $\psi = V_a - \psi_{MS} = V_a - \phi'_{MS} + v_T \sinh^{-1} \left(\frac{c}{2n_i} \right) \ln \left(\frac{nm}{n_i} \right)$
 $q\psi_{MS} = E_{FM} - E_{FS}$

$$\psi_{MS} = \frac{E_{FM} - E_{FS}}{q} = \frac{1}{q} (E_{FM} - (E_i + q\psi_{bi}))$$

$$\psi_{MS} = \frac{E_{FM} - E_i}{q} - \psi_{bi} \rightarrow \psi_{MS} = \phi'_{MS} - \psi_{bi}$$

$$\psi_{MS} = \phi'_{MS} - v_T \sinh^{-1} \left(\frac{c}{2n_i} \right) \rightarrow \psi_{MS} = \phi'_{MS} - \psi_{bi}(c)$$

$$\psi_{MS} = \psi_{MS}(c) \quad \psi_{MS} = f(c)$$

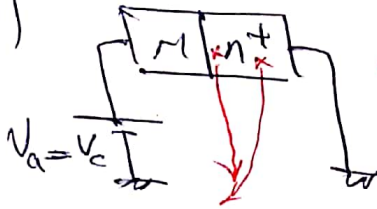
این مدل اتصال با مدل است از لحاظ درستی

$$\phi'_{MS} = \frac{E_{FM} - E_i}{q} = \phi_s - \phi_m$$

افت ولتاژ کامل با دست Zero doping

در این حالت که در اکثر شبه سازی استند می شود.

(الف)



$$\psi_{bi}(r) = V_T \ln \frac{n_0}{n_i}$$

$$= V_T \ln \frac{N_D}{n_i}$$

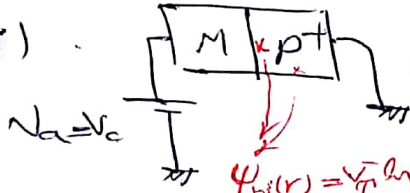
پتانسیل در n+:

$$\psi = V_a - \psi_{ms} = V_a - (\phi'_{ms} - \psi_{bi}(r))$$

$$= V_a - (\phi'_{ms} - V_T \ln \frac{N_D}{n_i})$$

$$= V_a - \phi'_{ms} + V_T \ln \left(\frac{N_D}{n_i} \right)$$

(ب)



$$\psi_{bi}(r) = V_T \ln \frac{n}{n_i}$$

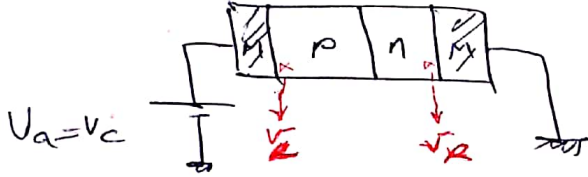
$$= V_T \ln \frac{n_i/p}{n_i}$$

$$= -V_T \ln \frac{p}{n_i} = -V_T \ln \frac{N_A}{n_i}$$

پتانسیل در p+:

$$\psi = V_a - \psi_{ms} = V_a - (\phi'_{ms} - \psi_{bi}(r))$$

$$= V_a - (\phi'_{ms} + V_T \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right))$$



$$V_L = V_c - \psi_{ms} = V_c - \phi'_{ms} - V_T \ln \frac{N_A}{n_i}$$

$$V_R = 0 - \psi_{ms} = -\phi'_{ms} + V_T \ln \frac{N_D}{n_i}$$

در این حالت که در اکثر شبه سازی استند می شود. در این حالت که در اکثر شبه سازی استند می شود.

$$V_L = V_c$$

$$V_R = V_T \ln \frac{N_D}{n_i} + V_T \ln \frac{N_A}{n_i}$$

$$= V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = V_D$$

$$V_R = \psi_{sm} = -\psi_{ms} = -(\phi'_{ms} - \psi_{bi}(r)) = -\phi'_{ms} + \psi_{bi}(r)$$

$$= -\phi'_{ms} + V_T \ln \frac{n_0}{n_i}$$

$$V_R = -\phi'_{ms} + V_T \ln \frac{N_D}{n_i}$$

$$V_L = V_c - \psi_{ms} = V_c - (\phi'_{ms} - \psi_{bi}(r)) = V_c - (\phi'_{ms} - V_T \ln \frac{n_0}{n_i})$$

$$= V_c - (\phi'_{ms} - V_T \ln \frac{n_i/p}{n_i})$$

$$V_L = V_c - (\phi'_{ms} + V_T \ln \frac{N_A}{n_i})$$

در این حالت که در اکثر شبه سازی استند می شود. در این حالت که در اکثر شبه سازی استند می شود.

در این حالت که در اکثر شبه سازی استند می شود. در این حالت که در اکثر شبه سازی استند می شود.

$$V_L = V_c$$

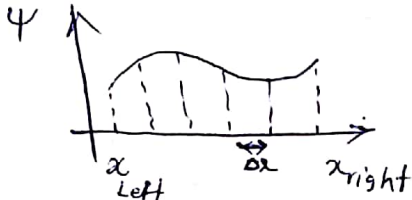
$$V_R = V_T \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = V_D$$

فصل سوم: از آنجا که عدد N است:

برای شبیه سازی عددی حالات پیوسته در حالت گسسته تولید
 در این فصل به شبیه سازی حالت گسسته در حالت گسسته خواهیم پرداخت.

مقدار N تفاضلات گسسته \rightarrow حالات گسسته $\xrightarrow{\text{Finite Difference}}$ حالت پیوسته

تقسیم نمونه برداری Nyquist-Shannon \rightarrow فاصله بین دو نقطه گسسته (grid size) \rightarrow پارامتر مهمی برای کیفیت (وقت)



$x_i = i \Delta x$ \rightarrow uniform (تساوی) Δx

$$\frac{d\psi}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\psi(x + \Delta x) - \psi(x)}{\Delta x}$$

کریم \rightarrow right sided difference

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=x_i=i\Delta x} \approx \frac{\psi[i+1] - \psi[i]}{\Delta x}$$

Left sided difference

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=i\Delta x} \approx \frac{\psi[i] - \psi[i-1]}{\Delta x}$$

central difference

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=x_i=i\Delta x} \approx \frac{\psi[i+1] - \psi[i-1]}{2\Delta x}$$

$\underline{\epsilon} = -\nabla \psi \xrightarrow{\text{گسسته}} \epsilon(x) = -\frac{d\psi}{dx} \rightarrow \epsilon[0] = -\frac{\psi[0] - \psi[-1]}{\Delta x}$

$\epsilon[1] = -\frac{\psi[2] - \psi[1]}{\Delta x}$

$\epsilon[2] = -\frac{\psi[3] - \psi[2]}{\Delta x}$

\vdots

$\epsilon[N-1] = -\frac{\psi[N] - \psi[N-1]}{\Delta x}$

$$\begin{bmatrix} \epsilon[0] \\ \epsilon[1] \\ \vdots \\ \epsilon[N-1] \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta x} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi[0] \\ \psi[1] \\ \vdots \\ \psi[N-1] \end{bmatrix}$$

right-sided diff.

$\underline{\epsilon} = A \underline{\psi}$

$\underline{\epsilon} = -\nabla \psi \xrightarrow{\text{گسسته}} \epsilon(x) = -\frac{d\psi}{dx} \rightarrow \epsilon[0] = -\frac{\psi[1] - \psi[0]}{\Delta x}$

$\epsilon[1] = -\frac{\psi[2] - \psi[0]}{\Delta x}$

\vdots

$\epsilon[N] = -\frac{\psi[N] - \psi[N-1]}{\Delta x}$

right, central, left

$$\begin{bmatrix} \epsilon[0] \\ \epsilon[1] \\ \epsilon[2] \\ \vdots \\ \epsilon[N] \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Delta x} \begin{bmatrix} 2 & -2 & \dots & \dots \\ 1 & 0 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi[0] \\ \psi[1] \\ \vdots \\ \psi[N] \end{bmatrix} \rightarrow \underline{\epsilon} = A \underline{\psi}$$

$$\nabla^2 \psi = -\rho/\epsilon \xrightarrow{\text{تقریب}} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = -\rho/\epsilon$$

مشتق مرتبه دوم

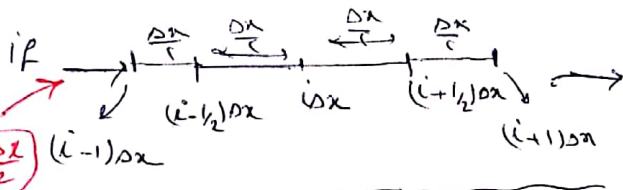
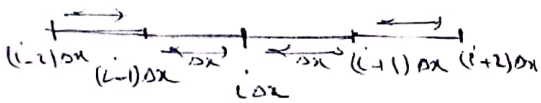
$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=x_i = i\Delta x} \approx \frac{\psi(i+1) - \psi(i-1)}{2\Delta x}$$

$$\left. \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right|_{x=x_i} \approx \left[\left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{i+1} - \left(\frac{d\psi}{dx} \right)_{i-1} \right] \cdot \frac{1}{2\Delta x}$$

$$= \frac{1}{2\Delta x} \left[\frac{\psi(i+2) - \psi(i)}{2\Delta x} - \frac{\psi(i) - \psi(i-2)}{2\Delta x} \right]$$

$$\left. \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right|_{x=x_i} \approx \frac{\psi(i+2) - 2\psi(i) + \psi(i-2)}{(2\Delta x)^2}$$

$h = \Delta x$



$$\left. \frac{d^2 \psi}{dx^2} \right|_{x=x_i} \approx \frac{\psi(i+1) - 2\psi(i) + \psi(i-1)}{(\Delta x)^2}$$

grid size $\rightarrow h_i = x_{i+1} - x_i$

- uniform grid $\rightarrow h_{i+1} = h_i = \text{cte}$ همه h_i یکسان
- quasi-uniform grid $\rightarrow h_{i+1} = h_i (1 + O(h_i))$
- Non-uniform grid $\rightarrow h_{i+1} = \text{arbitrary}$ تکلیف

تقریب، $x_i = i\Delta x$

$$x_i = x_{i-1} + h_{i-1}$$

$$\rightarrow u_i = u(x_i)$$

$$\left[x_{i+1} = x_i + h_i \right]$$

$$\rightarrow u_{i+1} = u(x_i + h_i) = u(x_i) + u'(x_i) \cdot h_i + O(h_i^2)$$

$$u_{i+1} = u_i + u'_i h_i + O(h_i^2)$$

right sided difference

$$u'_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{h_i} + O(h_i)$$

خطای مرتبه اول

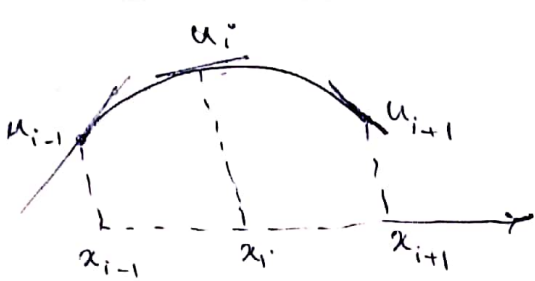
uniform grid \rightarrow

$$u'_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{h} + O(h)$$

$$\begin{cases} u_{i+1} = u_i + u'_i h + O(h^2) \\ u_{i-1} = u_i - u'_i h + O(h^2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \left[u'_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} + O(h) \right] (*)$$

central sided diff

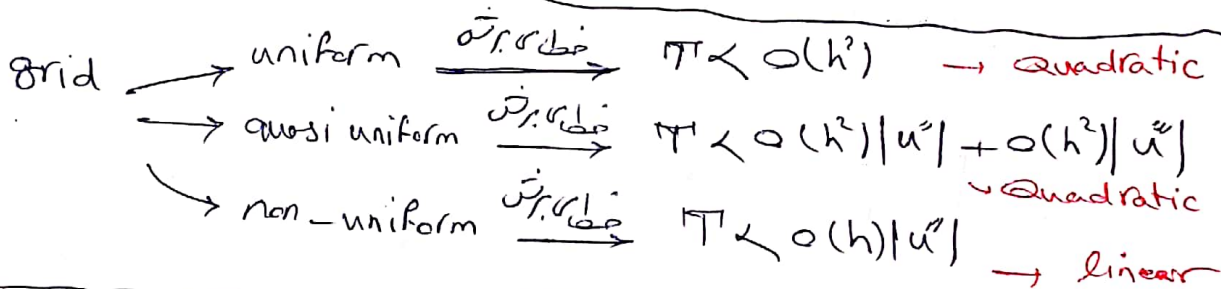


درجه مرتبه اول خطی است
 و است به h_i ، انجمنی است
 خصوصاً در دستگاه راتر بالا

$$\begin{cases} u_{i+1} = u_i + u'_i h_i + \frac{1}{2} u''_i h_i^2 + \frac{1}{6} u'''_i h_i^3 + o(h_i^4) \\ u_{i-1} = u_i - u'_i h_{i-1} + \frac{1}{2} u''_i h_{i-1}^2 - \frac{1}{6} u'''_i h_{i-1}^3 + o(h_{i-1}^4) \end{cases}$$

$$u'_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{h_i + h_{i-1}} + \frac{h_i - h_{i-1}}{2} u''_i + o\left(\frac{h_i^3 + h_{i-1}^3}{h_i + h_{i-1}}\right)$$

درجه مرتبه اول نوع bird از نوع کتولف - باید رابطه نون جان لایر (*) خواهد شد.



$$Ax = b$$

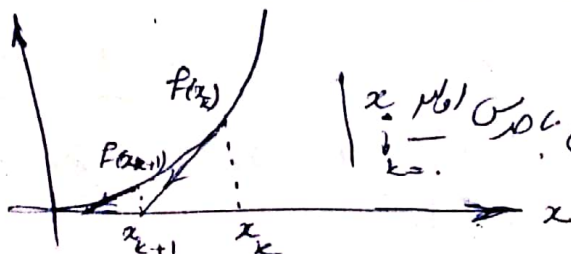
$$\rightarrow x = A^{-1}b \rightarrow \text{Gauss}$$

$$\begin{cases} F_1(x) = 0 \\ F_2(x) = 0 \\ \vdots \\ F_n(x) = 0 \end{cases}$$

حل دستگاه معادلات غیرخطی:
 $F(x) = 0$
 ← روش نیوتن

$$F(x_{k+1}) \approx F(x_k) + F'(x_k)(x_{k+1} - x_k)$$

$$0 = F(x_k) + F'(x_k)(x_{k+1} - x_k)$$

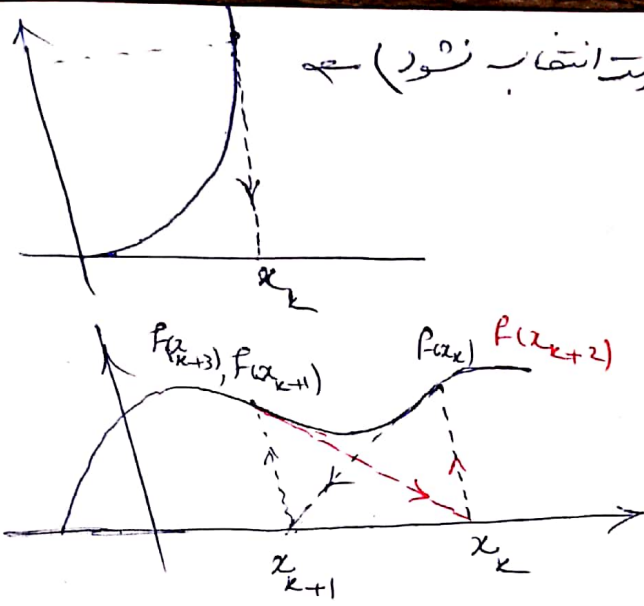


$$x_{k+1} = x_k - \frac{F(x_k)}{F'(x_k)}$$

$$x_{k+1} - x_k = -\frac{F(x_k)}{F'(x_k)} = -\Delta x_k$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{F(x_k)}{F'(x_k)}$$

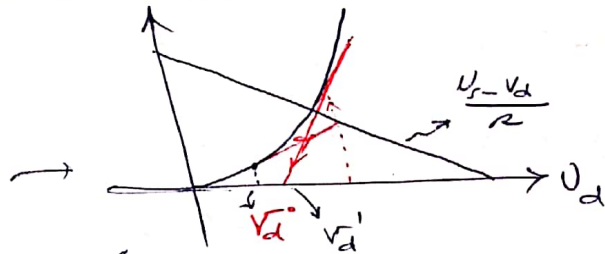
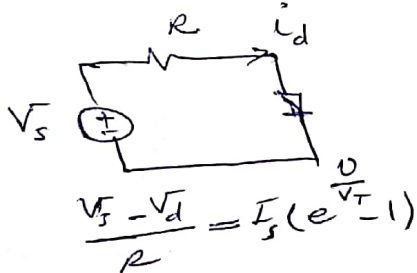
در مبدل اولی در اثر انتقار نقطه (در انتقار نمود) ←



عدد اولی در اثر انتقار است
روش Tail مرتبه

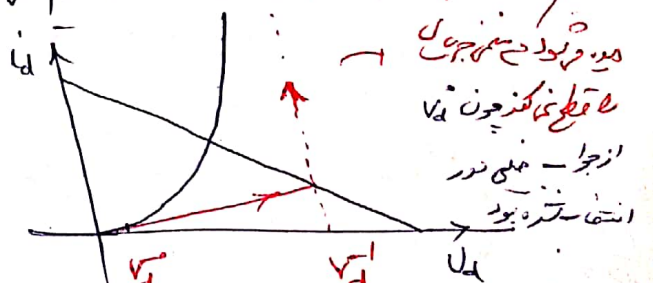
مثال: $\sin x = \frac{1}{2}x$ ←
 $f(x) = \sin x - \frac{1}{2}x$
 $f'(x) = \cos x - \frac{1}{2}$

| k | x_k | $f(x_k)$ | $\Delta x = -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$ |
|---|--------|----------|--------------------------------------|
| 0 | 1.65 | 0.17 | 0.29 |
| 1 | 1.94 | -0.043 | -0.049 |
| 2 | 1.89 | -0.001 | -0.0014 |
| 3 | . | . | . |
| 4 | . | . | . |
| 5 | 1.8954 | 0 | 0 |



مثال:

از عدد اولی v_d خط عمود بر منحنی می‌کشیم و از آنجا که i_d در خط بار v_d را بدست می‌آوریم و این خط را با خط بار را بدست می‌آوریم و از آنجا که v_d و i_d در خط بار

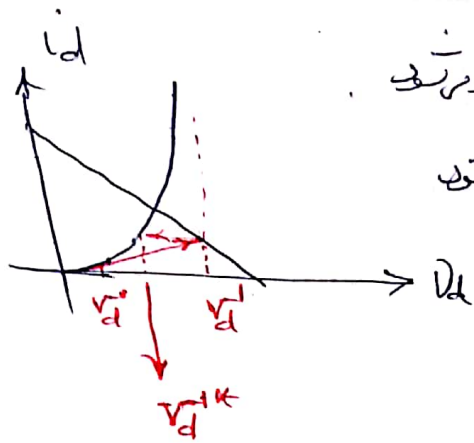


عدد اولی v_d است. در نقطه v_d منحنی i_d را می‌کشیم و از آنجا که i_d در خط بار v_d را بدست می‌آوریم و این خط را با خط بار را بدست می‌آوریم و از آنجا که v_d و i_d در خط بار

روش damping استفاده می‌کنند: انتقار $d \in [0, 1]$ به عنوان پارامتر می‌باشد

$$v_d^{i+1} = v_d^i - d \frac{f(v_d^i)}{f'(v_d^i)}$$

در صورت تقرب به جواب اولی است.



- اگر d خفیه شود انتصاب شود تعداد تکرارها در هر چه زیاد تر شود
 - اگر d خیلی بزرگ انتصاب شود نزدیک به $fail$ می شود
 - یک مصالح در عمل لازم است.

برای اطمینان بیشتر (دری) تا حد امکان $d < 1$ استفاده می شود.

initial solution:

* برای سیستم سازی افزوده می شود در هر دو از تکرارهای
 built-in با فرض ضابطه بارضا انجام می شود.

$$\begin{cases}
 F_1(x) = \dots \\
 F_2(x) = \dots \\
 F_3(x) = \dots \\
 \vdots \\
 F_n(x) = \dots
 \end{cases}$$

برای سیستم های با n معادله غیر خطی (معادلات گسسته)

$$\begin{aligned}
 & \rightarrow F(x_k) \Rightarrow \frac{1}{F'(x_k)} \\
 & x_{k+1} = x_k - \left(\frac{-1}{J_F(x_k)} \right) \cdot F(x_k)
 \end{aligned}$$

$$J_F(x_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(x_k)}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1(x_k)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1(x_k)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n(x_k)}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n(x_k)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_n(x_k)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$y = J_F^{-1} F(x_k)$$

- 1 - start with an initial guess (x_0 and $k=0$)
- 2 - evaluate $F(x_k)$ and stop if $|F(x_k)| < \epsilon$
- 3 - solve $y = J_F^{-1}(x_k) F(x_k)$
- 4 - set $x_{k+1} = x_k - y$, increase k and go to 2

$$F_1(x, y) = 3x + 4y = 4$$

$$F_2(x, y) = 7x + 3y = 9$$

implicit form

$$F_1(x, y) = 3x + 4y - 4 = 0$$

$$F_2(x, y) = 7x + 3y - 9 = 0$$

$$\rightarrow J_F = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - J_F^{-1} \cdot F(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} F_1(0,0) \\ F_2(0,0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -4 \\ -9 \end{bmatrix}$$

$$x_k : x_k - \alpha_k \rightarrow \frac{\partial}{\partial F(x_k)} F(x_k)$$

damping factor

بر افزایش بهبود همگرایی

پایه ساده لایه‌ها دورتر هم جمع دارد:

۱- خاصیت ساده: تعدادی نسل در هر نقطه برابر با نسل نقاط همسایه است در دو بعد نقاط اطراف
 ناممکن بود که به شعاع R حول نقطه مورد نظر، در نظر گرفت و در سه بعد
 نقاط اطراف R همگام گویا به شعاع R حول نقطه مورد نظر، در نظر گرفت.

۲- خاصیت نداشتن، اگر هم در سیستم نسی، پایه ساده لایه‌ها هیچ با هم هم در سیستم نسی نداشتند
 و نقاط استرم تنها در مرزها گام به گام در نظر گرفت، این خاصیت را می‌توان با استفاده
 از خاصیت قلمی ثابت کرد.

- Dirichlet Boundary condition: نسی مقدار تابع در مرزها را مشخص می‌کند. در مسئله نسی به علت ناپایداری
 در شرایط مرزها دارند. در مدت میدان انرژی که تحت شرایط نسی ناپایداری است. تکلیف Singularities در مرزها
 این تکلیفها نسی همگرایی و کاهش دارند.
 - Neumann Boundary condition: مشتق تابع در مرزها مشخص می‌کند.
 - خطوط یا گوشه (مقدار تابع در مرزها مشخص می‌کند)

در F یک میدان بردار باشد، توابع نسی را می‌توان به عنوان مشتق F است

$$F = F_1(x, y) \hat{e}_x + F_2(x, y) \hat{e}_y$$

$$J(F) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} & \frac{\partial F_2}{\partial y} \end{bmatrix}$$

توابع نسی

جمع تمام در قطع، هر یک را کویس
 همان دورتر از F می‌باشد.

$$\nabla \cdot F = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y}$$

Two-dimensional simulation and grids.

نقل جرم

گستره از مدل دگر جمله پوئسون با استاندارد تقاضا شده

ترم منبع جمله پوئسون $\nabla^2 \psi = -\rho/\epsilon \Rightarrow \nabla^2 \psi = 0$

$$\nabla^2 \psi(x, y) = \frac{\partial^2 \psi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y)}{\partial y^2} = 0$$

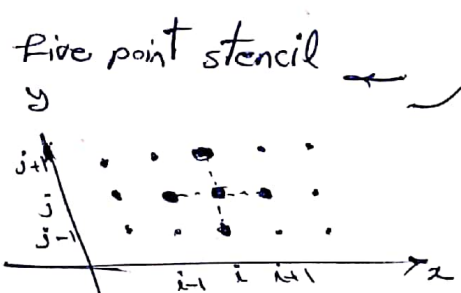
central difference $\left(\frac{d^2 \psi}{dx^2}\right) \approx \frac{\psi[i+1] - 2\psi[i] + \psi[i-1]}{(\Delta x)^2}$

$\psi(x, y) = \psi(x_{i+1}, y_j) = \psi(x_i, y_j) = \psi(x_{i-1}, y_j)$

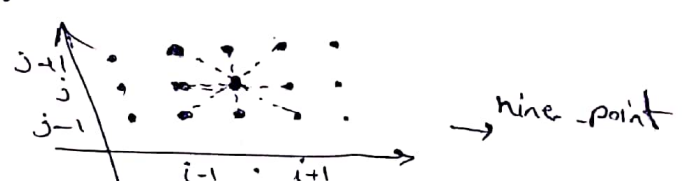
$$\nabla^2 \psi(x, y) \approx \frac{\psi[i+1, j] - 2\psi[i, j] + \psi[i-1, j]}{(\Delta x)^2} + \frac{\psi[i, j+1] - 2\psi[i, j] + \psi[i, j-1]}{(\Delta y)^2}$$

if $\Delta x = \Delta y \Rightarrow \nabla^2 \psi(x, y) = \frac{\psi[i+1, j] + \psi[i, j+1] - 4\psi[i, j] + \psi[i-1, j] + \psi[i, j-1]}{(\Delta x)^2}$

Equidistance square grid



Five-point Laplacian



در جهت مربعی

در جهت مربعی

Box integration: روش مناسب برای گستره از معادلات PDE در فضای

منظم و منظم بر روی سطح یک Node - زیر مجموعه از روش فاصله محسوسات

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{D}) dV = \int_V \rho dV = \rho \cdot V$$

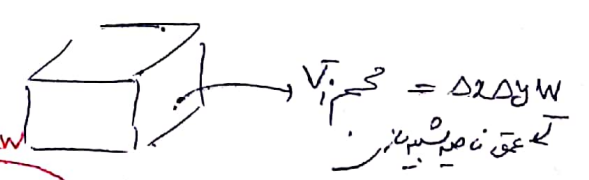
$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = Q = \int_V \rho dV$$

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{D}) dV = \int_V \rho dV$$

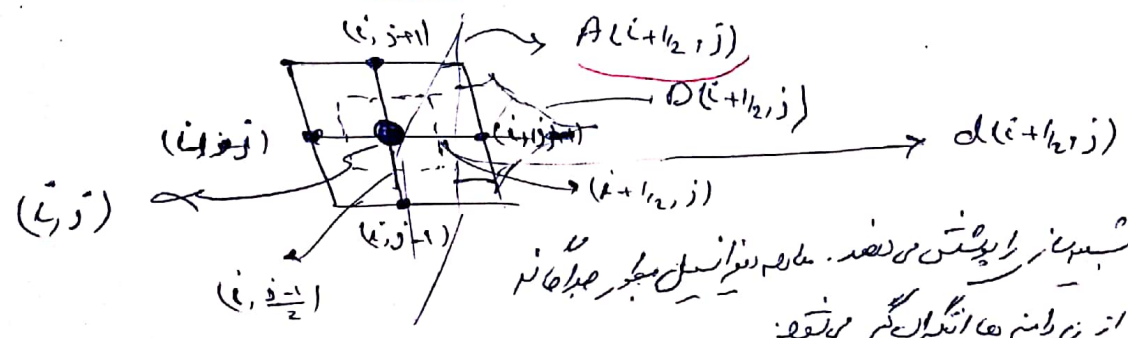
از طرفین رابط فوق

استخوان از تقاضا

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{D}) dV = \oint_S \mathbf{D} \cdot \hat{n} dA$$



$$\int_S \mathbf{D} \cdot \hat{n} dA = Q_{i+1/2, j} A_{i+1/2, j} + Q_{i-1/2, j} A_{i-1/2, j} + Q_{i, j+1/2} A_{i, j+1/2} + Q_{i, j-1/2} A_{i, j-1/2}$$



بکس که حوزه بسیار را پوشش می دهد. باید در آن اصل ماکسول را در نظر بگیریم

رویکردی که از زیررشته ها استفاده می شود.

$\vec{D}_{(i,j) \rightarrow (l,m)} = D \Big|_{x=\frac{i+l}{2}, y=\frac{j+m}{2}} \cdot \hat{e}_{(i,j) \rightarrow (l,m)}$

(تقریباً) تقریباً

$= (\epsilon E) \Big|_{x=\frac{i+l}{2}, y=\frac{j+m}{2}} \cdot \hat{e}_{(i,j) \rightarrow (l,m)}$

(بزرگم) (بزرگم)

$\vec{D}_{(i,j) \rightarrow (l,m)} = (-\epsilon \nabla \psi) \Big|_{x=\frac{i+l}{2}, y=\frac{j+m}{2}} \cdot \hat{e}_{(i,j) \rightarrow (l,m)} \approx \frac{-(\epsilon_{z,i} + \epsilon_{z,m})}{2} \cdot \frac{\psi_{l,m} - \psi_{i,j}}{d_{(i,j) \rightarrow (l,m)}}$

$A_{(i+\frac{1}{2}, j)} = A_{(i-\frac{1}{2}, j)} = \Delta y w$

$A_{(i, j+\frac{1}{2})} = A_{(i, j-\frac{1}{2})} = \Delta x w$

$w \rightarrow$ عمود مساحت

$\sum V_i = \Delta x \Delta y w$

$\vec{D}_{(i+\frac{1}{2}, j)} \vec{A}_{(i+\frac{1}{2}, j)}$

$\vec{D}_{(i-\frac{1}{2}, j)} \vec{A}_{(i-\frac{1}{2}, j)}$

$\vec{D}_{(i, j+\frac{1}{2})} \vec{A}_{(i, j+\frac{1}{2})}$

$\int_{\partial V} \vec{D} \cdot \hat{n} da = \int_V \rho_{ext} dv$

$= -\epsilon \frac{\psi_{(i+1/2, j)} - \psi_{(i-1/2, j)}}{\Delta x} w \Delta y - \epsilon \frac{\psi_{(i, j+1/2)} - \psi_{(i, j-1/2)}}{\Delta y} w \Delta x - \epsilon \frac{\psi_{(i, j+1)} - \psi_{(i, j-1)}}{\Delta y} w \Delta x$

$= -\epsilon \frac{\psi_{(i+1/2, j)} - \psi_{(i-1/2, j)}}{\Delta x} w \Delta x - \epsilon \frac{\psi_{(i, j+1/2)} - 2\psi_{(i, j)} + \psi_{(i, j-1/2)}}{\Delta y} w \Delta y$

$= -\epsilon \frac{\psi_{(i+1/2, j)} - 2\psi_{(i, j)} + \psi_{(i-1/2, j)}}{\Delta x} w \Delta x - \epsilon \frac{\psi_{(i, j+1)} - 2\psi_{(i, j)} + \psi_{(i, j-1)}}{\Delta y} w \Delta y$

$= \rho_i \Delta x \Delta y w$

(تقریباً) تقریباً

تقریباً همین نتیجه برداشتن تفاضلات محدود برداشته شده است

در محاسبه غیرهین معادله برداشته است $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_{ext}$ در این صورت معادله فون امپلج نوشته شده است

$\int_{\partial V} \vec{D} \cdot \hat{n} da \approx -\epsilon_0 \frac{\psi_{i+1/2, j} - 2\psi_{i, j} + \psi_{i-1/2, j}}{\Delta x} w \Delta y$

$- \frac{\epsilon_j + \epsilon_{j+1}}{2} \frac{\psi_{i, j+1/2} - \psi_{i, j-1/2}}{\Delta y} w \Delta x$

$- \frac{\epsilon_j + \epsilon_{j-1}}{2} \frac{\psi_{i, j+1} - \psi_{i, j-1}}{\Delta y} w \Delta x$

$C = \frac{Q}{V}$

$Q = \int_{\partial_{contact}} \rho dv \Rightarrow \int \rho dv = Q$

$\int \rho dv = \int \rho dv$

$\sum \rho_i A_i =$

all contact point

Tessellation of unstructured mesh

فصل نهم

سازی شبکه‌ها که بدون ساختار

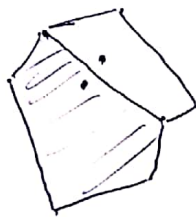
① این فصل به تولید روشی ششگانه ساختار یافته در پلان و برای

دظرافت ها که آن را شرح می دهد. subtlety
ظرافت

② در این فصل تقسیم بندی یک صفحه به مناطق به این نام از نقاط در یک زیر مجموعه خاص

Euclidean distance $\rightarrow \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$

Manhattan distance $\rightarrow |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2|$



برای هر نقطه از مجموعه نقاط یک منطقه به نقطه نزدیکترین منطقه نزدیک تر باشد تا نقاط نزدیک شده مناطق دیگر.

نام هر منطقه به نقطه نزدیک شده آن R_k نامیده می شود. p_k نقطه نزدیک شده

$$R_k = \{x \in X \mid d(x, p_k) \leq d(x, p_j) \text{ for all } j \neq k\}$$

که در فضای با نام d

محل در یک نام - نام در دو نام - محل در دو نام

③ - در این فصل به بررسی تقسیم بندی فضای یک مجموعه (نرم صورت یک شبکه منظم) در این صورت نیاز به شبکه

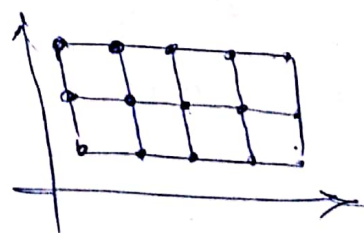
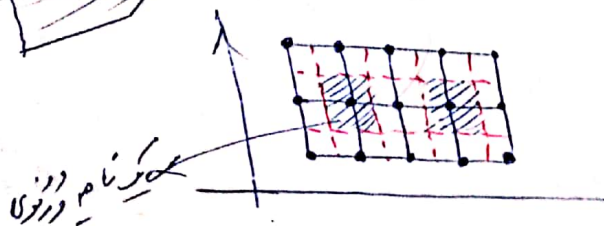
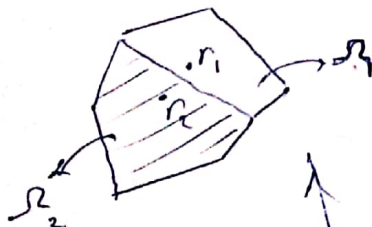
ortho-product نامی که برای Voronoi نامیده می شود.

یک مجموعه محدود از نقاط $D = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ در یک زیر حوزه Ω از \mathbb{R}^2 را در نظر بگیرید

نام هر دو نام یکی مجموعه از هر نقطه Ω است که به r_i نسبت به هر نقطه r_j از D نزدیکتر است

$$\Omega_i = \{r \in \Omega \mid |r - r_i| < |r - r_j| \forall j \neq i\}$$

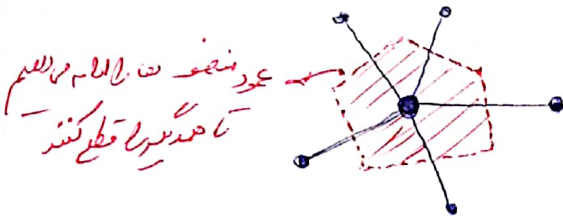
$$\Omega = \bigcup_i \Omega_i$$



Voronoi - Tessellation ← ortho-product grid

در صورتی که ساختار شبکه بدون ساختار باشد
دفعه با این روش ساختار شبکه منظم می شود
بین اطلاعات تولید شده در روشی
برای شبکه‌ها ساختار یافته
و به این روش گفته می شود.

روش اول بر بدست آوردن ناحیه درونی :

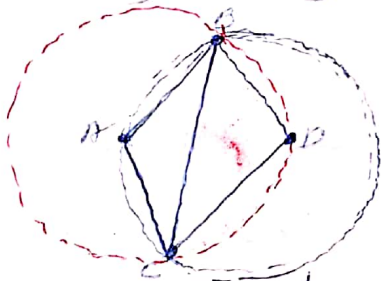


عقد نقطه تا تمام همسایه
ناحیه درونی قطع کنند

مشکلی در این روش :

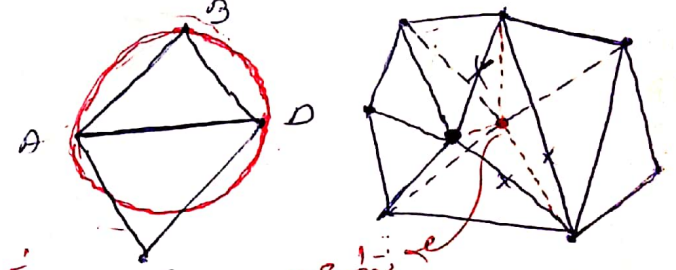
Triangular Delaunay Meshes

- روش اول در این روش درونی است. محو ساختن مشی ساده تر است و درونی است.
- هر تریانگول درونی که در مشی نامیده می شود (هر مثلثی که درونی است در روشی نیست) این امکان وجود دارد که هر مثلثی با همسایه کوچک به مثلثی تبدیل گردد.
- معیار درونی بودن مشی : ناحیه ای که محاطی هر مثلثی به نقطه مرکزی از مشی را دربردارد باشد.
- مشکلی در این روش : ناحیه ای که محاطی هر مثلثی از این روش ها، روشی Incremental می باشد که باید چگونگی آنرا توضیح داد پس نقطه به نقطه از آن اضافه شود تا مشی بدست آید.
- روش دیگر این است که یک مثلث درونی را در نظر گرفته و شرط درونی بودن را بر آن بررسی کرد و در صورت درونی نبودن آن را با همسایه swap کرد. بدین روش swapping گویند.



این نام همسایه مشی ABC
نقطه ای که در برگیرد این مثلث
نقطه ای که در برگیرد این مثلث
برقرار نیست.

بزرگترین شرط
دایره
قطر BC و C خود
قطر AD را بررسی کرد



نقطه جدید
افزوده شود. ناحیه ای که محاطی هر مثلثی را دربردارد
(Empty sphere criterion)
معیار کره خالی (ناحیه محاطی)

skelton Mesh :

مش (اسکلت)

روش اول که ساختن ناحیه ای که محاطی هر مثلثی را دربردارد است. این روش درونی است و در روشی که در روشی نامیده می شود (با رعایت نامشود) این اطلاعات تولید می شود.
روش دیگر که بر این روش ها ساختن ناحیه ای که محاطی هر مثلثی را دربردارد است.

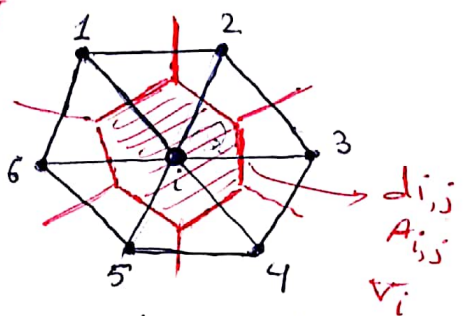
12/ $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \rightarrow \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = Q$

مجموعه $\sum_{j \in N_i} \vec{D}_{zj} \cdot \vec{A}_{zj} = \sum_{j \in N_i} \epsilon_{zj} \frac{\psi_j - \psi_i}{z_{zj}} A_{zj} = \rho_i \cdot V_i$

N_i اشاره به مجموعه همسایه‌ها که همسایه i است.

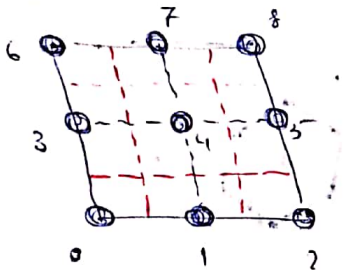
استدلال گسترده سازگار است و برداشتن با استفاده از ستون‌ها در ردیف‌ها

عمود منطبق بر محور تقاطع مثلث است



Voronoi box method

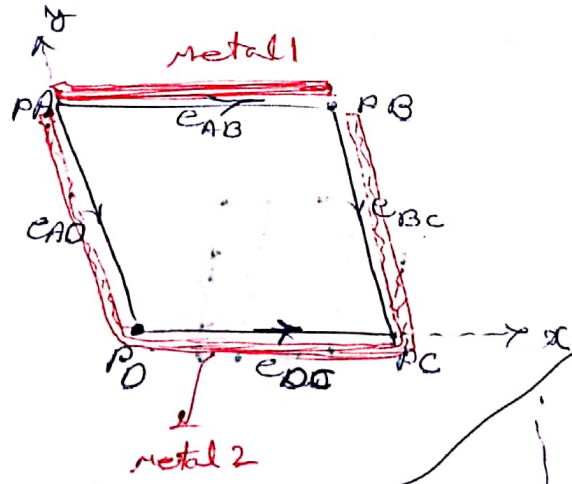
- خطوط قرمز به همسایه‌ها با یک استدلال تیر هستند
- V_i حجم با یک ابعاد گرفته نقطه است نام است
- طول به اتصال ها تا نقطه همجوار آن است
- A_{zj} طول متناظر با سطح استدلال تیر است



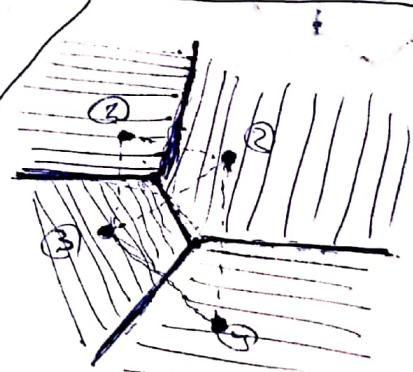
ortho-grid geometry

- $V=1$ → 4 گان
- $V=1/4$ → 4 گان (1, 2, 3, 4)
- $V=1/2$ → 2 گان (1, 2)

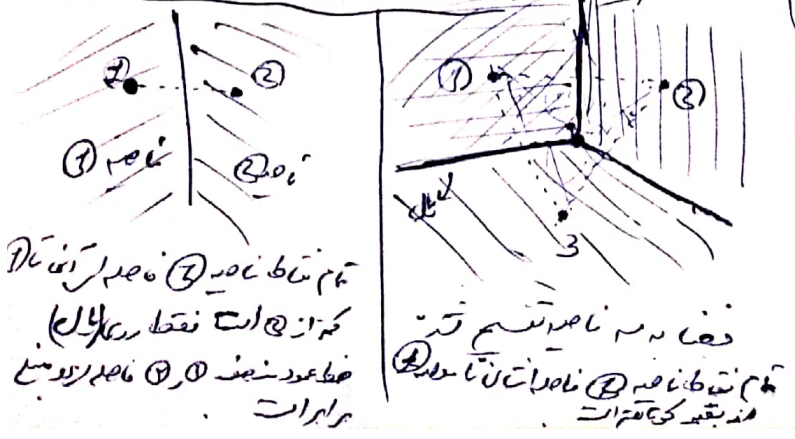
| شماره باکس | x_i | y_i | V_i |
|------------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 2 | 1/2 |
| 6 | 1 | 2 | 1/2 |
| 7 | 2 | 0 | 1/2 |
| 8 | 2 | 1 | 1/2 |
| 9 | 2 | 2 | 1/2 |
| 10 | 0 | 3 | 1/4 |
| 11 | 1 | 3 | 1/4 |
| 12 | 2 | 3 | 1/4 |
| 13 | 3 | 0 | 1/4 |
| 14 | 3 | 1 | 1/4 |
| 15 | 3 | 2 | 1/4 |
| 16 | 3 | 3 | 1/4 |



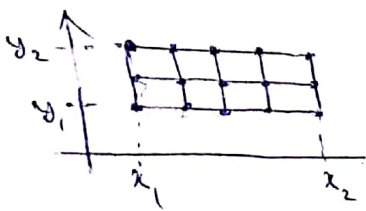
Var Psi (nodes)



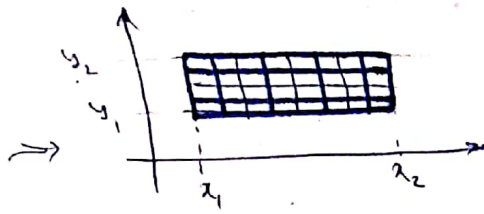
برای نقطه



تمام نقاط ψ_i و ψ_j در آنجا
 که از آنجا است فقط در آنجا
 خط عددی ψ_i و ψ_j در آنجا
 برابر است



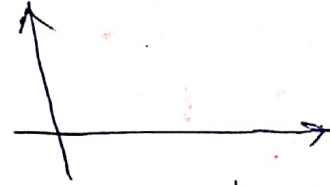
ortho-product



Voronoi tessellation



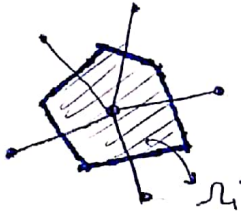
ortho-product grid



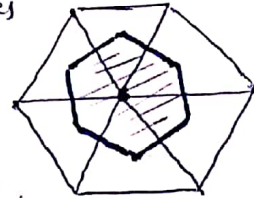
Voronoi tessellation

$$\Omega_i = \{r \in \Omega \mid \|r - n_i\| < \|r - n_j\| \ \forall i \neq j\}$$

$$\Omega = \bigcup_i \Omega_i$$



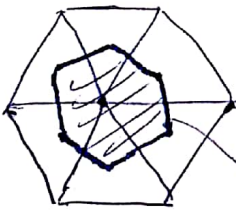
Delannoy meshes



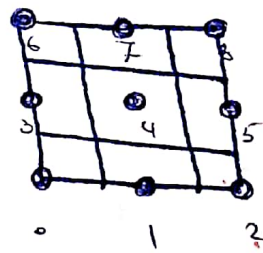
Empty sphere criterion

mesh density or ∇ quantities

unstructured mesh \rightarrow $\{x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}, \dots\}$



ortho-grid geometry



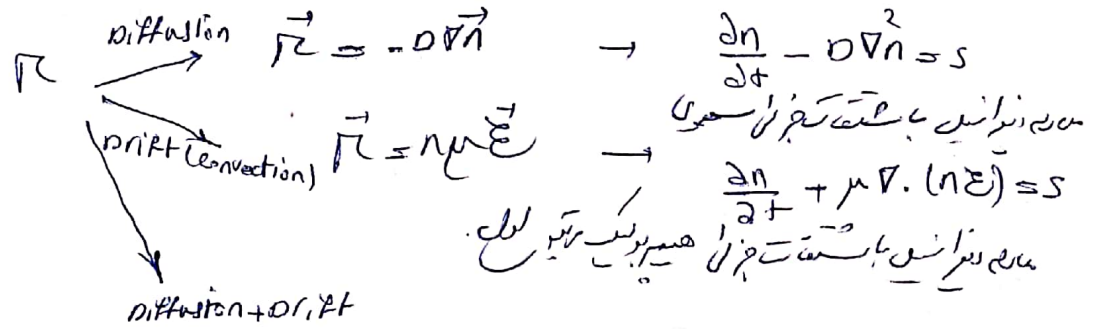
edge length $\rightarrow e_{len}(i,j) = d_{i,j}$

integral length $\rightarrow i_{len}(i,j) = A_{i,j}$

integral Area

Increase in time + outflow = production rate

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = S$$



دسته بار منفی: تا نوبت دسته بار منفی در هر یک از (یا) یونان باشد این دو تقاطع و تقاطع
 سطح بودن پیاده‌سازی باید از جهتش بود اما برای دسته بارها حالت در آنست
 باشتت فرایند همی در حوزه را که چنین است که خواهد آمد. (مکن است نامیده شود)
 ابتدا دسته بار منفی در هر یک از یونان را برای توضیح در این زمینه

$$\frac{d n_{(H)}}{dt} = h(n_{(H)}, t)$$

①

$$\frac{n(t_{k+1}) - n(t_k)}{t_{k+1} - t_k} = h(n_{(H)}, t)$$

بعد از دسته بار در هر یک از یونان $n(t_{k+1})$ می‌باشد.

$$\rightarrow n(t_{k+1}) = n(t_k) + (t_{k+1} - t_k) h(n(t_k), t_k)$$

Forward Euler scheme
explicit

②

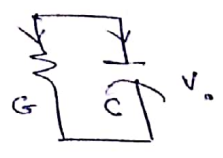
$$\frac{n(t_{k+1}) - n(t_k)}{t_{k+1} - t_k} = h(n(t_{k+1}), t)$$

$$n(t_{k+1}) = n(t_k) + (t_{k+1} - t_k) h(n(t_{k+1}), t_k)$$

Backward Euler scheme
implicit
right hand side

در این حالت $n(t_{k+1})$ در دسترس نیست
 باید معادله h را حل کنیم غیر خطی است
 برای شروع از $n(t_k)$ استفاده می‌کنیم تا در هر یک از
 تکرارها اصلاح شود.

برای رگشتن با طرفه اول در مثال زیر بکشید:



$$i_R + i_C = 0$$

$$GV + C \frac{dV}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dV}{dt} = -\frac{G}{C} V$$

① Forward $\frac{V_{k+1} - V_k}{t_{k+1} - t_k} = -\frac{G}{C} V_k$

② Backward $\frac{V_{k+1} - V_k}{t_{k+1} - t_k} = -\frac{G}{C} V_{k+1}$

① $\rightarrow \frac{V_{k+1} - V_k}{\Delta t} = -\frac{G}{C} V_k \Rightarrow V_{k+1} = -\frac{\Delta t}{C} G V_k + V_k$

$G_c \approx \frac{C}{\Delta t}$
 $V_{k+1} = -\frac{G}{G_c} V_k + V_k = (1 - \frac{G}{G_c}) V_k$

$$V_{k+1} = (1 - \frac{G}{G_c}) V_k$$

$$k \rightarrow 0 \rightarrow V_1 = (1 - \frac{G}{G_c}) V_0$$

$$k \rightarrow 1 \rightarrow V_2 = (1 - \frac{G}{G_c}) V_1$$

$$k \rightarrow 2 \rightarrow V_3 = (1 - \frac{G}{G_c}) V_2 \rightarrow V_3 = (1 - \frac{G}{G_c}) \cdot (1 - \frac{G}{G_c}) \cdot (1 - \frac{G}{G_c}) V_0$$

$$V_3 = (1 - \frac{G}{G_c})^3 V_0$$

$$V_{k+1} = V_0 (1 - \frac{G}{G_c})^{k+1} \quad (I)$$

② $\rightarrow \frac{V_{k+1} - V_k}{t_{k+1} - t_k} = -\frac{G}{C} V_{k+1} \Rightarrow V_{k+1} - V_k = -\frac{G}{C} \Delta t V_{k+1}$

$$(1 + \frac{G}{C} \Delta t) V_{k+1} = V_k$$

$$V_{k+1} = (1 + \frac{G}{C} \Delta t)^{-1} V_k$$

$$V_{k+1} = (1 + \frac{G}{G_c})^{-1} V_k$$

$$V_{k+1} = (1 + \frac{G}{G_c})^{-(k+1)} V_0 \quad (II)$$

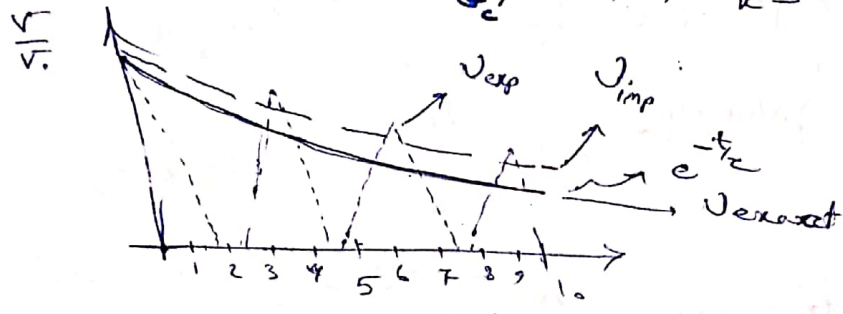
③ $i_R + i_C = 0 \Rightarrow GV + C \frac{dV}{dt} = 0 \rightarrow V = V_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}}$

← بر حسب کسیر

$\tau = RC \Rightarrow \tau = \frac{1}{G} \cdot G_c \cdot \Delta t \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} G_c = \frac{\tau}{\Delta t} \\ G_c = \frac{c}{\Delta t} \end{array} \right.$ در هر Δt یک بار $V(k)$ محاسبه می‌شود.
در هر Δt یک بار $V(k)$ محاسبه می‌شود.
در هر Δt یک بار $V(k)$ محاسبه می‌شود.

(I) $\rightarrow V_{k+1} = V_k \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)$ $\Rightarrow V_k = V_0 \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)^k$ explicit forward

(II) $\rightarrow V_{k+1} = V_k \cdot \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau}\right)$ $\Rightarrow V_k = V_0 \cdot \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau}\right)^{-k}$ implicit backward



$k=15$

$\tau, \Delta t > 0 \rightarrow$ $N_{implicit} \rightarrow$ همگرا $\& k \rightarrow \infty V_{imp} \rightarrow$

$\tau, \Delta t > 0 \& \frac{\tau}{\Delta t} > 1 \rightarrow$ $N_{explicit} \rightarrow$ واگرا $\& k \rightarrow \infty V_{exp} \rightarrow$

$t = k\Delta t \xrightarrow{(I)} V_k = V_0 \cdot \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau}\right)^k$

$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} V(t) = V_0 \lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{t}{\tau k}\right)^k = V_0 e^{-t/\tau}$ ✓

(II) $V_k = V_0 \cdot \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau}\right)^{-k}$

$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} V(t) = V_0 \lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{t}{\tau k}\right)^{-k} = \frac{V_0}{e^{t/\tau}} = V_0 e^{-t/\tau}$ ✓

پایداری طرح‌ها که دست‌نماری: در انیمیشن تصویر برداری Nyquist-Shannon بیان می‌کند که برای بازسازی یک سیگنال با فرکانس ω فرکانس نمونه‌برداری باید 2ω بزرگتر باشد. در طرح‌های مختلف (explicit و implicit) نسبت به هم مقایسه می‌کنیم. هر دو همگرا هستند.

پایه‌های λ با استفاده از روش John von Neumann بررسی می‌کنیم.

$N(z, k) = |g(z, \Delta t)|^k N(z, 1)$ $N(z, \infty) = |g(z, \Delta t)|^k N(z, 1)$
 $N(z, k+1) = |g(z, \Delta t)|^{k+1} N(z, 1)$ $|g(z, \Delta t)| < 1$

با تبدیل فوریه آغاز کنیم

k=1
x

تبدیل فوریه از زمان به فضا

$$N(\omega, t) \triangleq \mathcal{F}\{n(x, t)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega x} \cdot n(x, t) dx$$

$$n(x, t) = \mathcal{F}^{-1}\{N(\omega, t)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega x} N(\omega, t) d\omega$$

تبدیل فوریه از مکان به فرکانس

نسبت به متغیر تبدیل فوریه گرفته شده است

$$N(\xi, k) = \mathcal{F}\{n_{i,k}\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\xi x} n_{i,k} dx$$

$$n_{i,k} = \mathcal{F}^{-1}\{N(\xi, k)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\xi x} N(\xi, k) d\xi$$

از خواص تبدیل فوریه برای توابع پیوسته:

$$\mathcal{F}\{n(x+x_0, t)\} = e^{j\omega x_0} N(\omega, t)$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{\partial n(x, t)}{\partial x}\right\} = j\omega N(\omega, t)$$

پراکنش توابع پیوسته

$$\mathcal{F}\{n(i\Delta x, k)\} = e^{j\xi i\Delta x} N(\xi, k)$$

معادله دیفرانسیل در فضا و زمان را به صورت گسسته درآوریم

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} \Big|_{x=i\Delta x} \approx \frac{\psi(i+1) - 2\psi(i) + \psi(i-1)}{(\Delta x)^2}$$

$$\nabla^2 \psi(i, j) \approx \frac{\psi(i+1, j) + \psi(i-1, j) - 2\psi(i, j) + \psi(i, j+1) + \psi(i, j-1)}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{R} = \underline{S}$$

\downarrow Increase in time \downarrow out flux \downarrow production rate

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D \nabla^2 n = S$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{diff}} + \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{prod}} - \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{flux}} \rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = \alpha_r n_i \varphi_i \rightarrow \alpha_r (n_i + \delta_n) (\varphi_i + \delta_\varphi) + \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\delta n}{\tau_n} + \frac{1}{q} \nabla \cdot (qD \frac{\partial n}{\partial x})$$

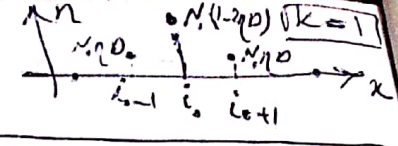
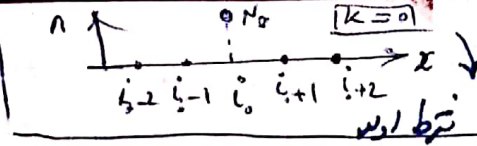
$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\delta n}{\tau_n} + D \nabla^2 n$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n \rightarrow \frac{n_{i,k+1} - n_{i,k}}{\Delta t} = 0 + D \cdot \frac{n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}}{\Delta x^2}$$

$$n_{i,k+1} = n_{i,k} + \frac{\Delta t \cdot D}{\Delta x^2} (n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k})$$

۱۵)

$\eta \approx \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$



$n_{i,k+1} = n_{i,k} + \eta D [n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}]$ (*)

شرط اولیه $n_{i,0} = N_0 \delta_{i-i_0}$

$n_{i,0} \neq N_0$?

درستی نازی
با تابع $N_0 \delta_{i-i_0}$ مقدار در هر نقطه
تساوی نیست هرگز

در $k=1$ →

$$n_{i-1,1} = 0 + \eta D (N_0 - 0 + 0) = \eta D N_0$$

$$n_{i,1} = N_0 + \eta D (0 - 2N_0 + 0) = N_0 (1 - 2\eta D)$$

$$n_{i+1,1} = 0 + \eta D (0 - 0 + N_0) = \eta D N_0$$

در این حد اگر $1 - 2\eta D < 0$ از نظر نظر فیزیکی می بینیم که
 $1 - 2\eta D < 0 \Rightarrow 1 - 2 \cdot \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \cdot D < 0 \Rightarrow \Delta t > \frac{(\Delta x)^2}{2D}$

نمی بینیم که $\Delta t > \frac{(\Delta x)^2}{2D} \rightarrow n_{i,1} < 0$

بررسی پایدار بودن از نظر ضریب فیلتر : با استفاده از تبدیل فوریه استفاده از خواص سینوس از جمله
 (*) تبدیل فوریه داریم.

$$N(\xi, k+1) = N(\xi, k) + \eta D (e^{j\Delta x \xi} N(\xi, k) - 2N(\xi, k) + e^{-j\Delta x \xi} N(\xi, k))$$

$$= N(\xi, k) + \eta D N(\xi, k) (e^{j\Delta x \xi} - 2 + e^{-j\Delta x \xi})$$

$$= N(\xi, k) [1 + 2\eta D (\cos(\Delta x \xi) - 1)]$$

$$= N(\xi, k) g(\Delta x \xi) \rightarrow \text{amplification factor}$$

$N(\xi, k+1) = N(\xi, k) g(\Delta x \xi)$

$k=0 \rightarrow N(\xi, 1) = N(\xi, 0) g(\Delta x \xi)$

$k=1 \rightarrow N(\xi, 2) = N(\xi, 1) g(\Delta x \xi) = N(\xi, 0) g(\Delta x \xi) \cdot g(\Delta x \xi)$

$k=2 \rightarrow N(\xi, 3) = N(\xi, 2) g(\Delta x \xi) = N(\xi, 0) g(\Delta x \xi) \cdot g(\Delta x \xi) \cdot g(\Delta x \xi)$

$N(\xi, k+1) = N(\xi, k) g(\Delta x \xi) = N(\xi, 0) (g(\Delta x \xi))^{k+1}$

در من خواهم دید که \rightarrow کاسی می کنند حل، باید بدانند نسبت است که :

$$|g(\Delta x \xi)| \leq 1$$

برای نشان دادن فوق نامتور تقویت آن $1 - 1 + 2\eta D(\cos(\Delta x \xi))$ بود پس :

$$|g(\Delta x \xi)| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq g(\Delta x \xi) \leq 1$$

$$-1 \leq 1 + 2\eta D(\cos(\Delta x \xi) - 1) \leq 1$$

$$0 \leq 4\eta D \sin^2\left(\frac{\Delta x \xi}{2}\right) \leq 2$$

ست پایین این ناسازی بدیهه است که برقراری است اما است ما با آن نسبت نیاز داریم :

$$2\eta D \leq 1 \Rightarrow \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2D}$$

شرط پایایی معادله دیفرانسیل

گفته از روش اویلر مستقیم Forward

عبارت می شود

برای پایایی نسبت به روش اویلر معکوس Backward Euler :

$$\frac{n_{i,k} - n_{i,k-1}}{\Delta t} = D \nabla^2 n \rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

$$\frac{n_{i,k} - n_{i,k-1}}{\Delta t} = D \cdot \frac{n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}}{(\Delta x)^2}$$

$$n_{i,k} - n_{i,k-1} = D \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k})$$

$$n_{i,k} - n_{i,k-1} = \eta D (n_{[i+1,k]} - 2n_{[i,k]} + n_{[i-1,k]})$$

با فرض $n_{i,k} \rightarrow [g(\Delta x \xi)]^k \cdot e^{-j \Delta x \xi}$

$$g(\Delta x \xi) - 1 = \eta D g(\Delta x \xi) (e^{-j \Delta x \xi} - 2 + e^{j \Delta x \xi}) = 2\eta D g(\Delta x \xi) (\cos(\Delta x \xi) - 1)$$

$$g(\Delta x \xi) = \frac{1}{1 + 4\eta D \sin^2\left(\frac{\Delta x \xi}{2}\right)} \Rightarrow |g(\Delta x \xi)| \leq 1$$

شرط پایایی
 معادله $g(\Delta x \xi)$ در هر دو این معادله شرط پایایی را بر معادله دیفرانسیل برقرار می کند
 بین طرح اویلر معکوس Backward Euler بدون هیچ شرطی پایایی است.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad \text{Backward} \quad \frac{n_{i,k} - n_{i,k-1}}{t_k - t_{k-1}} = D \cdot \frac{n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}}{\Delta x^2}$$

$$n_{i,k} - n_{i,k-1} = D \frac{\Delta t}{\Delta x^2} [n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}]$$

فرض کنیم
از نظر این رابطه تغییرات را تبدیل
کنیم

$$n_{i,k} - n_{i,k-1} = D \eta [n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}]$$

$$N(\xi, k) - N(\xi, k-1) = \eta D [e^{j\xi \Delta x} \cdot N(\xi, k) - 2N(\xi, k) + e^{-j\xi \Delta x} N(\xi, k)]$$

$$N(\xi, k-1) = N(\xi, k) [1 - \eta D e^{j\xi \Delta x} + 2\eta D - \eta D e^{-j\xi \Delta x}]$$

$$= N(\xi, k) [1 + 2\eta D - \eta D \Delta x^2 \cos(\xi \Delta x)]$$

$$= N(\xi, k) [1 + 2\eta D (1 - \cos(\xi \Delta x))]$$

$$= N(\xi, k) [1 + 4\eta D \sin^2(\frac{\xi \Delta x}{2})]$$

$$N(\xi, k-1) = N(\xi, k) [1 + 4\eta D \sin^2(\frac{\xi \Delta x}{2})]$$

$$N(\xi, k) = N(\xi, k-1) \cdot \frac{1}{1 + 4\eta D \sin^2(\frac{\xi \Delta x}{2})}$$

$$N(\xi, k) = N(\xi, 0) \left(\frac{1}{1 + 4\eta D \sin^2(\frac{\xi \Delta x}{2})} \right)^k$$

$$N(\xi, k) = N(\xi, 0) \cdot g(\xi \Delta x)^k$$

$$N(\xi, k) = N(\xi, 0) (g(\xi \Delta x))^k$$

برای اینکه مقدار رابطه فوق \rightarrow if $k \rightarrow \infty$
بماند $g(\xi \Delta x)$ باید کوچکتر از 1 باشد تا رابطه زیر برقرار باشد

$$N(\xi, \infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} N(\xi, 0) (g(\xi \Delta x))^k = 0$$

$$|g(\xi \Delta x)| < 1 \rightarrow \left| \frac{1}{1 + 4\eta D \sin^2(\frac{\xi \Delta x}{2})} \right| < 1$$

که این رابطه برقرار است ما می‌توانیم به هر عددی که
رنگی باشد که است به همان میزان می‌توانیم
بماند است

حل کلی معادله فشر :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

$$n(x, t=0) = n_0(x)$$

Heat Equation

برضای معادله معادله انتقال حرارت
خواهد بود چون بران شد بدیده می
باشد یعنی بران مستقیم است

Arrhenius law $\rightarrow D = D_0 \exp\left(-\frac{E_{act}}{k_B T}\right)$

برای شرف $\rightarrow D_0 = 3.85 \frac{cm^2}{sec}$ $\times E_{act} = 3.66 eV$ $\rightarrow D = D_0 e^{-142}$

① \downarrow
inexhaustible

constant surface concentration

$$\lim_{x \rightarrow \infty} n(x, t) = 0$$

$$n(x, t) = n_{surf} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right)$$

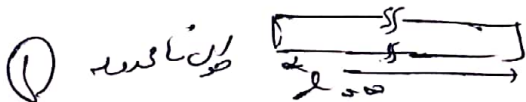
$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x, t) = n_{surf}$$

② constant dose (drive-in)

$$N_d(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} n(x, t) dx = \text{constant}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} n(x, t) = 0$$

$$t < \infty \rightarrow n(x, t) = \frac{N_d}{\sqrt{\pi D t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x, t) = 0$$

② \rightarrow



$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x, t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x, t) = \frac{N_d}{l}$$

convective problems

تکامل مسائل رانش :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v \cdot \nabla n = 0$$

$$\vec{v} = n \mu \vec{E}$$

در صورتی که $v > 0$ (فشار مثبت) $\Delta > 0$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + a \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$a > 0$

$$n(x, 0) = n(x)$$

در $n(x-at) \rightarrow n(x)$ یعنی مربع پهن می شود



characteristic line

$$\frac{\partial n}{\partial t} + a \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$a > 0 \rightarrow$ مربع پهن می شود
 • $x < 0$ حرکت می کند
 • $x > 0$ $n(x, 0) = n(x)$
 $n(0, t) = g(t)$

پس در این صورت $n(x, t) = n(x-at)$ و در صورتی که $x < 0$ حرکت می کند

حل کلی

$$n(x, t) = \begin{cases} n(x-at), & x > at \\ g(t-x), & x < at \end{cases}$$

گفته شد، Forward Euler در جزوه ۲، right-sided difference در جزوه ۱

$$\frac{\partial n}{\partial t} + a \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$$\frac{n_{i,k+1} - n_{i,k}}{t_{k+1} - t_k} + a \frac{n_{i+1,k} - n_{i,k}}{\Delta x} = 0$$

$$n_{i,k+1} = (1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} a) n_{i,k} - a \frac{\Delta t}{\Delta x} n_{i+1,k}$$

$$\lambda \equiv \frac{\Delta t}{\Delta x} \rightarrow n_{i,k+1} = (1 + a\lambda) n_{i,k} - a\lambda n_{i+1,k}$$

left-sided difference

اینجا که $a > 0$ است و λ را از a کم می کنند و چون $a\lambda > 1$ است پس این روش ناپایدار می شود

$$n_{i,k+1} = (1 - a\lambda) n_{i,k} + a\lambda n_{i-1,k}$$

این نشان می دهد که هنگامی که $a > 0$ باشد باید از left-sided difference استفاده کرد و بطور کلی

هنگامی که $a < 0$ باشد باید از right-sided difference استفاده کرد

اگر $a > 0$ باشد در درجه ۱ از right-sided difference استفاده شود تا پایدار می شود

از left-sided differences استفاده شود تا پایدار می شود

• بررسی پایایی روش گسسته‌سازی با نام مع Van Neumann

$$\frac{\partial n}{\partial t} + a \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$a > 0 \rightarrow$ left-sided & Forward Euler scheme \Rightarrow

$$n_{i,k+1} = n_{i,k}(1-a\lambda) + a\lambda n_{i-1,k} \quad \& \quad \lambda \triangleq \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

تبدیل فوریه نسبت به x

$$N(\xi, k+1) = N(\xi, k) [(1-a\lambda)] + a\lambda \cdot e^{-j\xi\Delta x} \cdot N(\xi, k)$$

$$N(\xi, k+1) = g(\Delta x \xi) N(\xi, k) \quad \& \quad g(\Delta x \xi) = (1-a\lambda) + a\lambda e^{-j\theta}$$

$$n(x_{i+1}, k) \xrightarrow{FT} e^{j\theta} N(\xi, k) \quad n_{i,k} = (g(\theta))^k e^{-j\theta} \quad \& \quad g(\theta) = 1 + a\lambda(e^{-j\theta} - 1)$$

میزبان پایایی $|g(\theta)| \leq 1 \Rightarrow |1 + a\lambda(e^{-j\theta} - 1)| < 1$

$$|1 - 4a\lambda(1-a\lambda)\sin^2(\frac{\theta}{2})| < 1$$

(CFL) شرط $\rightarrow |a\lambda| < 1$

Courant-Friedrichs-Lewy

$$a < \frac{1}{\lambda}$$

$$a < \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

شرط لازم برای پایایی

اطلاعات گسسته با سرعت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ حرکت می‌کنند بنابراین اطلاعات در قطعه Δx باید اطلاعات در قطعه $\Delta x - a\Delta t$ در دسترس باشند. بنابراین داشتن زودترین صحیح از انتقال اطلاعات باید $a < \frac{\Delta x}{\Delta t}$ باشد.

پدیده پخش شدن اطلاعات گسسته ساز باید در انتقال اتفاق نیفتد. در صورتی که این اتفاق نیفتد، روش گسسته‌سازی پایایی خواهد بود.
 left-sided diff.
 شرط لازم برای پایایی

استفاده از علامه بر این باید $a < \frac{\Delta x}{\Delta t}$ انتقال نیافتد. dispersion رخ ندهد.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + a \frac{\partial n}{\partial x} = 0 \rightarrow n(x, t) = n_0(x-at)$$

تبدیل فوریه نسبت به x
 $N(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\theta x} n(x, t) dx$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\theta x} n_0(x-at) dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\theta x'} e^{-j\theta at} n_0(x') dx' = e^{-j\theta at} N_0(\theta)$$

17/ $N(x, t) = F \{ n(x, t) \} = F \{ n_0(x - at) \} = e^{-j\omega a t} N(x)$

توان استناد $N(x, t + \Delta t) = e^{-j\omega a \Delta t} N(x, t)$

پس هر گشته شده تقسیم از قبل و تقسیم است و غیره تقسیم $g(\Delta x, \xi)$ تقسیم از $e^{-j\omega a \Delta t}$

ات $g(\Delta x, \xi) = (1 + a\lambda) + a\lambda e^{-j\omega \Delta t}$
 $= |g(\Delta x, \xi)| e^{-j\omega \Delta t \alpha(\Delta x, \xi)}$
 $\alpha(\Delta x, \xi)$ متباعدات با برت باز

$g(\Delta x, \xi)$ غیر سریس مع با برت نه و است

$N(\xi, k+1) = g(\Delta x, \xi) N(\xi, k)$ & $g(\Delta x, \xi) = (1 + a\lambda) + a\lambda e^{-j\omega \Delta t} = g(\omega)$

$n_{i,k} = (g(\omega))^k e^{-j\omega a t}$

گشته باز سر استمال و تقسیم $diffusion + convection$ تابع :
 به زبان زن متسیم در box integration method

مسائل برتس $\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{\sigma}_n = \rho \frac{\partial n}{\partial t} + \rho R \\ \nabla \cdot \vec{\sigma}_p = -\rho \frac{\partial p}{\partial t} - \rho R \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \vec{\sigma}_n = \rho \mu_n \vec{E} + \rho D_n \nabla n \\ \vec{\sigma}_p = \rho \mu_p \vec{E} - \rho D_p \nabla p \end{array} \right.$

$\nabla \cdot \vec{\sigma}_n = \rho \frac{\partial n}{\partial t} + \rho R$

استمال $\int_V \nabla \cdot \vec{\sigma}_n dV = \rho \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV + \rho \int_V R dV$

تقسیم استمال $\int_{\partial V} \vec{\sigma}_n \cdot d\vec{A} = \rho \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV + \rho \int_V R dV$

$\sum_{j \in N_i} J_{z,j} \cdot A_{z,j} = \dots$

مسائل $\vec{\sigma}_n = \rho \mu_n \vec{E} + \rho D_n \nabla n = \rho \mu_n \left(-\frac{\nabla V}{q} + \nabla n \right)$

مسائل $J_{z,j} = q \mu_n \left(-\frac{n_i + n_j}{2} \cdot \frac{V_j - V_i}{d_{z,j}} + \sqrt{D_n} \frac{n_j - n_i}{d_{z,j}} \right)$

از نیمی \dots $n_{z,j}^{mid} = \frac{n_i + n_j}{2}$

تقسیم استمال \dots

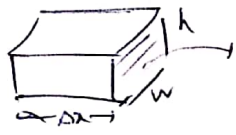
$$\oint_{\partial V} \vec{J} \cdot d\vec{A} = q \int_V \frac{\partial n}{\partial t} dv + q \int_V R dv$$

فرض کنید $\vec{E} = E \hat{x}$ باشد

$$\sum_{j \in V_i} J_{j,i} \cdot A = q \frac{\partial n_i}{\partial t} \cdot V_i$$

تقطع جادی (در جهت \hat{x}) \leftarrow به عبارت ساده \leftarrow حاصل کنیم

در عرض Δx



$$A = wh$$

$$V_i = \Delta x wh$$

$$(\vec{J}_{i,i-1} + \vec{J}_{i,i+1}) A = q \frac{\partial n}{\partial t} V_i \Rightarrow \vec{J}_{i,i-1} + \vec{J}_{i,i+1} = q \frac{\partial n}{\partial t} \Delta x \quad (*)$$

$$\vec{J}_{i,i-1} + \vec{J}_{i,i+1} = q \frac{\partial n}{\partial t} \Delta x$$

$$\vec{J}_{i,i \pm 1} = q \mu_n \left[\frac{n_i + n_{i-1}}{2} (\pm \vec{E}) + v_{\text{TH}} \frac{n_{i+1} - n_i}{\Delta x} \right]$$

$$\vec{J}_{i,i+1} + \vec{J}_{i,i-1} = q \mu_n \left[\frac{n_{i+1} - n_{i-1}}{2} \vec{E} + v_{\text{TH}} \frac{n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}}{\Delta x} \right] \quad (**)$$

$$(**), (*) \rightarrow q \cdot \frac{n_{i,k+1} - n_{i,k}}{\Delta t} \cdot \Delta x = q \mu_n \left[\frac{n_{i+1} - n_{i-1}}{2} \vec{E} + v_{\text{TH}} \frac{n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}}{\Delta x} \right]$$

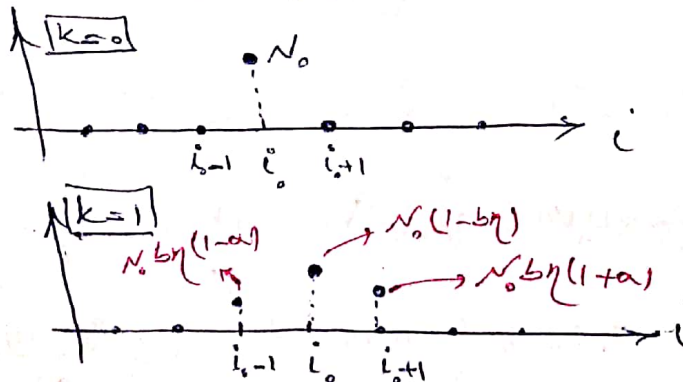
Forward Euler scheme

$$\frac{n_{i,k+1} - n_{i,k}}{\mu_n \Delta t} = \frac{n_{i+1,k} - n_{i-1,k}}{2 \Delta x} \vec{E} + v_{\text{TH}} \frac{n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}}{\Delta x^2}$$

$$\boxed{\alpha \triangleq -\mu_n \vec{E}} \quad \boxed{b \triangleq \mu_n v_{\text{TH}}} \quad \boxed{\eta \triangleq \frac{\Delta t}{\Delta x^2}} \quad \boxed{\alpha \triangleq \alpha \frac{\Delta x}{(2b)}}$$

$$n_{i,k+1} = b\eta(1+\alpha)n_{i-1,k} + (1-2b\eta)n_{i,k} + b\eta(1-\alpha)n_{i+1,k}$$

این رابطه گسسته شده است $\alpha > 0$ ، $\eta > 0$ ، $n_{i,0} = N_0 \delta_{i-i_0}$ ، $n_{i,0} = 0$ برای $i < i_0$ و $i > i_0$



مقادیر برای اولین زمان $k=1$

$$\begin{aligned} n_{i_{0-1},1} &= 0 + 0 + N_0 b \eta (1-\alpha) \\ n_{i_0,1} &= 0 + N_0 (1-2b\eta) + 0 \\ n_{i_{0+1},1} &= N_0 b \eta (1+\alpha) + 0 + 0 \end{aligned}$$

از آنجا که $\alpha < 1$ است، بنابراین $\alpha < 1$ است. $\alpha > 0$ است پس باید $\alpha < 1$ است. $\alpha < 1$ است. $\alpha < 1$ است.

$\alpha < 1 \Rightarrow \frac{\alpha \Delta x}{2\tau} < 1$
 $\Rightarrow \Delta x < \frac{2\tau}{\alpha} \Rightarrow \Delta x < -\frac{2\sqrt{\pi}}{\epsilon}$

Reynolds-number of cell
 Peclet-number of cell

این یک معیار پایداری نیست (چرا که تابع وابسته به Δx است) اما اگر Δx از مقدار فوق بیشتر شود، در حل عددی نوسان رخ خواهد داد. بین شرط نوسان شرط لازم برای پایداری است.

Scharfetter-Gummel Discretization سیستم ساز بر روی

روش عددی برای حل معادلات پویا در حالت پایدار. در این روش، معادلات پویا در هر سلول به صورت $\frac{dn}{dt} = G - R$ حل می‌شود. در اینجا G و R به ترتیب نرخ تولید و تلفات هستند. در این روش، از یک روش عددی برای حل معادلات پویا استفاده می‌شود. در این روش، از یک روش عددی برای حل معادلات پویا استفاده می‌شود.

$$\bar{J}_{n,i,j} = e_{i,j} \bar{J}_n$$

$$\bar{J}_n = qn\mu_n E + qD_n \nabla n$$

$$\bar{J}_{n,i,j} = qn\mu_n E_{i,j} + qD_n \frac{dn}{dx}$$

$\frac{dn}{dx} + \frac{qn\mu_n E}{D_n} n = \frac{1}{D_n} \bar{J}_n$
 این معادله را می‌توان به صورت $\frac{dn}{dx} + P n = Q$ نوشت. در اینجا $P = \frac{qn\mu_n E}{D_n}$ و $Q = \frac{1}{D_n} \bar{J}_n$ است. در این روش، از یک روش عددی برای حل معادلات پویا استفاده می‌شود. در این روش، از یک روش عددی برای حل معادلات پویا استفاده می‌شود.

این یک معادله ODE است. برای حل آن، از یک روش عددی برای حل معادلات پویا استفاده می‌شود. در این روش، از یک روش عددی برای حل معادلات پویا استفاده می‌شود.

$$n(x,v) = (1 - \tilde{g}(x,v))n_i + \tilde{g}(x,v)n_j$$

$$\tilde{g}(x,v) = g(x_r, \Delta_{i,j}, x_r) = \frac{1 - \exp(-\Delta_{i,j} x_r)}{1 - \exp(-\Delta_{i,j})}$$

برای استفاده از این روش، در نقطه میانی (midpoint) نیاز داریم.

$$\bar{J}_{n,i,j} = qn \left| \mu_n E_{i,j} + D_n \frac{dn}{dx} \right|_{\text{midpoint}}$$

$\alpha = x_r = 1/2$! قوس 00E در

$$n \Big|_{\text{midpoint}} = \frac{n_i}{1 + \exp(-\Delta_{ij}/2)} + \frac{n_j}{1 + \exp(\Delta_{ij}/2)}$$

$$\frac{dn}{dx} \Big|_{\text{midpoint}} = \frac{\Delta_{ij}/2}{\sinh(\Delta_{ij}/2)} \frac{n_j - n_i}{2}$$

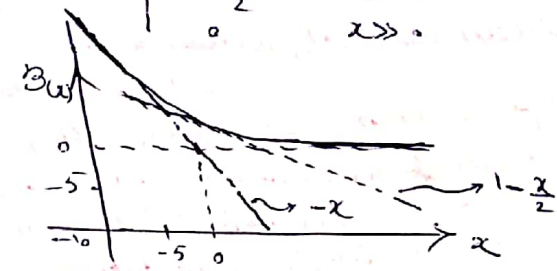
→ $\frac{dn}{dx}$

سختی برای $\frac{dn}{dx}$ در $\frac{dn}{dx}$ $\left\{ \begin{aligned} \bar{J}_{n,i,j} &= \frac{q M_n V_T}{d_{ij}} (n_j B(\Delta_{ij}) - n_i B(-\Delta_{ij})) \\ \bar{J}_{p,i,j} &= -\frac{q M_p V_T}{d_{ij}} (p_j B(-\Delta_{ij}) - p_i B(\Delta_{ij})) \end{aligned} \right. \quad (*)$

scharfetter Gummel

$\Delta_{i,j} = \frac{V_j - V_i}{V_T}$, $B(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ → Bernoulli Function

$$B(x) = \frac{x}{e^x - 1} \approx \begin{cases} -x & x \ll 0 \\ 1 - \frac{x}{2} & x \approx 0 \\ 0 & x \gg 0 \end{cases}$$



فرض کنید در یک قطعه هادی دروازه‌ها را به هم وصل کنیم (در حالت $V_0 = 0$) در $V_0 = 0$ $\frac{dn}{dt} = +q \frac{\partial n}{\partial t}$ $\frac{dn}{dt} = +q \frac{\partial n}{\partial t}$

$$\int_n \sigma \cdot \vec{A} = q \int_n \frac{\partial n}{\partial t} \rightarrow \sum_{j \in n_i} \bar{J}_{ij} \cdot A = q \frac{\partial n_i}{\partial t} \cdot V_i \quad (**)$$

$$\bar{J}_{n,i,j} = \frac{q M_n V_T}{d_{ij}} (n_j B(\Delta_{ij}) - n_i B(-\Delta_{ij})) \quad (***)$$

(**), (***) $\rightarrow \bar{J}_{i,i-1} + \bar{J}_{i,i+1} = \frac{q M_n V_T}{\Delta x} [n_{i-1} B(\Delta_{i,i-1}) - n_i B(-\Delta_{i,i-1}) + n_{i+1} B(\Delta_{i,i+1}) - n_i B(-\Delta_{i,i+1})]$

$\Delta_{i,i-1} = \frac{V_{i-1} - V_i}{V_T} = -\epsilon \frac{x_{i-1} - x_i}{V_T} = +\epsilon \frac{\Delta x}{V_T} \gg 0$
 $\Delta_{i,i+1} = \frac{V_{i+1} - V_i}{V_T} = -\epsilon \frac{x_{i+1} - x_i}{V_T} = -\epsilon \frac{\Delta x}{V_T} \ll 0$

$$\bar{J}_{i,i-1} + \bar{J}_{i,i+1} = \frac{q M_n V_T}{\Delta x} (-n_i \Delta_{i,i-1} - n_{i+1} \Delta_{i,i+1}) \approx \frac{q M_n V_T}{\Delta x} (-n_i \Delta_{i,i-1} - n_{i+1} \Delta_{i,i+1})$$

$\epsilon \gg 0 \rightarrow \frac{\partial n_i}{\partial t} = M_n \epsilon \frac{n_{i+1} - n_i}{\Delta x} \rightarrow \frac{dn}{dt} = M_n \epsilon \frac{n_{i+1} - n_i}{\Delta x}$

$\epsilon \ll 0 \rightarrow \frac{\partial n_i}{\partial t} = M_n \epsilon \frac{n_i - n_{i-1}}{\Delta x} \rightarrow$ $\frac{dn}{dt} = M_n \epsilon \frac{n_i - n_{i-1}}{\Delta x}$

right-sided difference $\frac{dn}{dt} = M_n \epsilon \frac{n_{i+1} - n_i}{\Delta x}$
 left-sided difference $\frac{dn}{dt} = M_n \epsilon \frac{n_i - n_{i-1}}{\Delta x}$

برای مشتق جریان غلظت با یکدیگر

$$\vec{J}_n = q n \mu_n \vec{E} + q D_n \vec{\nabla} n$$

$$\vec{J}_n = q n \mu_n \vec{E} + q \mu_n v_{TP} \vec{\nabla} n = q \mu_n (n \vec{E} + v_{TP} \vec{\nabla} n)$$

$$\begin{aligned} J_{n,ij} &= q \mu_n \left(-\frac{n_i + n_j}{2} \cdot \frac{v_j - v_i}{\Delta z_{ij}} + v_{TP} \frac{n_j - n_i}{\Delta z_{ij}} \right) = q \mu_n \left(-\frac{n_i + n_j}{2} \frac{v_j - v_i}{\Delta x} + v_{TP} \frac{n_j - n_i}{\Delta x} \right) \\ &= \frac{q \mu_n v_{TP}}{\Delta x} \left(-\frac{n_i + n_j}{2} \frac{v_j - v_i}{v_{TP}} + n_j - n_i \right) \\ &= q \mu_n \frac{v_{TP}}{\Delta x} \left(-\frac{n_i + n_j}{2} \cdot \Delta z_{ij} + n_j - n_i \right) \\ &= q \mu_n \frac{v_{TP}}{\Delta x} \left(n_j \left(1 - \frac{\Delta z_{ij}}{2} \right) - n_i \left(1 + \frac{\Delta z_{ij}}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

از آنجا که رابطه فوق با رابطه (1) در مورد حرکت که بسته به سرعت ساده نزدیک است، در این صورت رابطه کامل با همی قابل

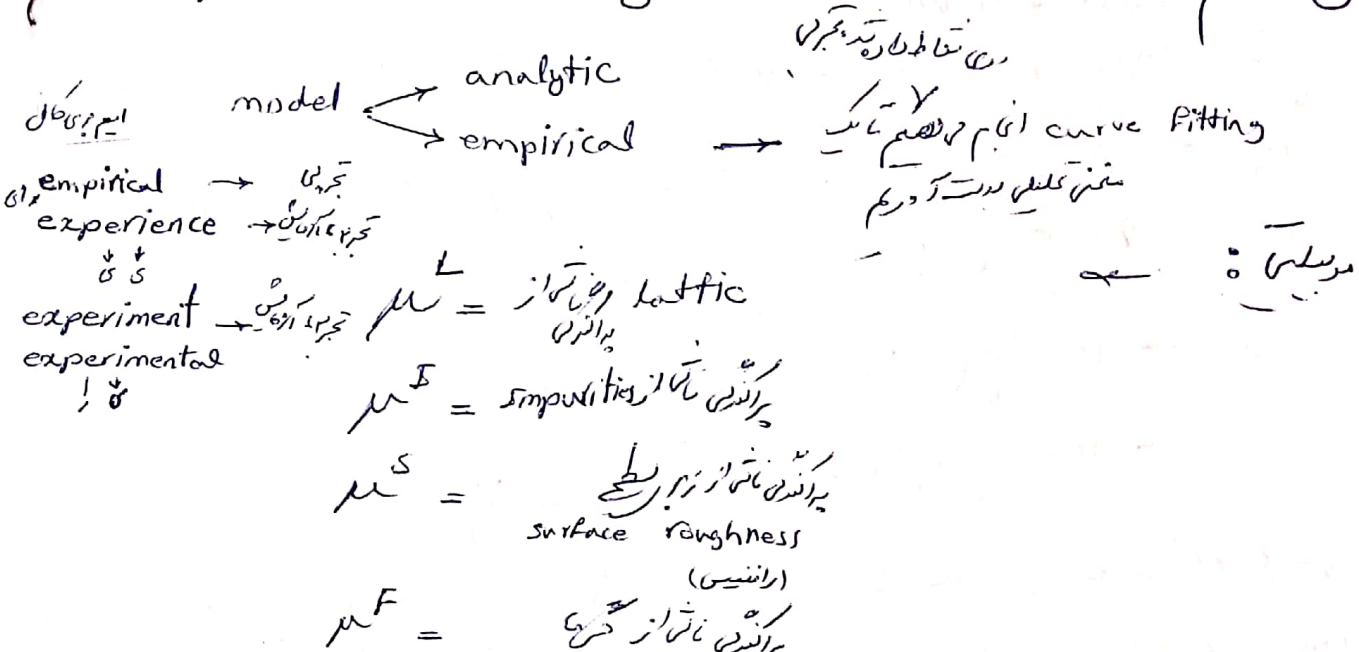
برای حل $\Delta = 0$ به دست می آید. این منجر به naive discretization می شود.

برای استفاده از این رابطه، تحت همین شرایطی که در بالا

نقطه midpoint همان به دست می آید $\Omega_{z_{ij}}^{midpoint} = \frac{n_i + n_j}{2}$ نسبت

parameter modeling

فصل هفتم:



$\mu = \mu^{LISF}(\mu^{LES}(\mu^{LI}(\mu^L)))$
 تغییرات
 ابتدا هر پارامتر از اثری که شده
 کم از موثر است چقدر هم شود پس املع می‌شود به μ^F پس با در نظر گرفتن اثر سطح
 املع می‌شود به μ^S پس با در نظر گرفتن اثرات دیگر به μ^{LISF} پس املع می‌شود.

$\mu_n^L = \mu_n^0 \cdot \left(\frac{T}{300K}\right)^{-\alpha_n}$, $U = n, p$ empirical power law
 $200K < T < 500K$

| | μ_n^0 | α_n | μ_p^0 | α_p |
|------|-----------|------------|-----------|------------|
| Si | 1430 | 2.33 | 460 | 2.18 |
| Ge | 3800 | 1.66 | 1800 | 2.33 |
| GaAs | 8500 | 1 | 400 | 2.1 |

$200K < T < 500K$

$1240 \left(\frac{cm^2}{V \cdot s}\right) < \mu_n < 1600 \left(\frac{cm^2}{V \cdot s}\right)$ & $2.2 < \alpha_n < 2.6$ → for Si

measurements → stochastic processes
 اندازه‌گیری‌ها فرآیندهای تصادفی هستند
 device fabrication → stochastic processes
 ساخت افزارها

از نظر تعداد پارامترهای ناخالصی در دستور باید مدل تجربی برای مدل‌ها و نتایج، ناخالصی
 پهنای شده توسط گام‌ها و توان ارائه شده

Caughy & Thomas

$\mu_n^{LI} = \mu_n^{min} + \frac{\mu_n^L - \mu_n^{min}}{1 + \left(\frac{N_S}{N_V^{rec}}\right)^{\alpha}}$

$$\mu_v^{LI} = \mu_v^{\min} + \frac{\mu_v^L - \mu_v^{\min}}{1 + \left(\frac{N_I}{N_v^{\text{ref}}}\right)^{\alpha_n}}$$

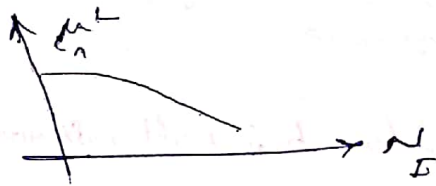
$$v = n, p$$

تعداد اتمهای ناخالصی $N_I = \sum_i |Z_i| N_i$

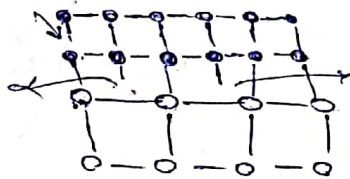
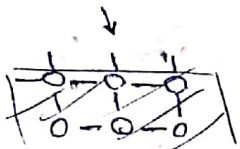
Z_i = charge state of Impurity

$|Z_i| = 1 \rightarrow$ boron, arsenic, phosphorus

| | μ_n^{\min} | N_n^{ref} | α_n | μ_p^{\min} | N_p^{ref} | α_p |
|----|----------------|-----------------------|------------|----------------|-----------------------|------------|
| Si | 80 | 1.12×10^{17} | 0.72 | 45 | 2.23×10^{17} | 0.72 |



Surface / Interface scattering:



عمل انتقال بار
با نیت شیب
مقادیر

یک عبارت تجربی برای غلظت ناخالصی در معنای متوسط سل برهم Selberherr ارائه شد.

Selberherr $\rightarrow \mu_v^{LIS} = \frac{\mu_v^{\text{ref}} + (\mu_v^{LI} - \mu_v^{\text{ref}})(1 - F_{(y)})}{1 + F_{(y)} \left(\frac{S_v}{S_v^{\text{ref}}}\right)^{\alpha_v}}$

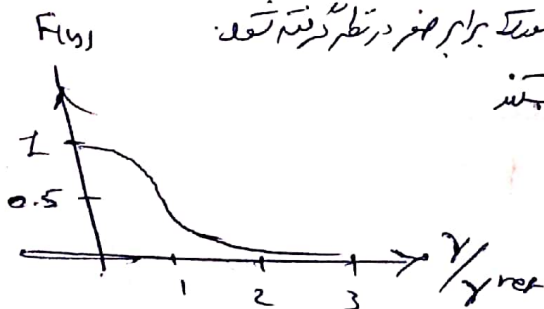
$F_{(y)} = \frac{2 \exp(- (y/y_{\text{ref}})^2)}{1 + \exp(-2 (y/y_{\text{ref}})^2)}$

$y_{\text{ref}} \approx 2 - \ln nm$

$S = E_{\perp} = \vec{E} \cdot \hat{n} \rightarrow$ اندازه میدان عمود بر سطح در هر نقطه

حاصل شود و طاق آن جذب می شود و نوسان اینجور که برابر هم در نظر گرفته شود.

این یعنی پارامتر S_v یا پارامتر S_v برای اثرش هستند.



Carrier Heating:

$$W = \frac{3}{2} k_B T_n + \frac{1}{2} m v^2$$

انرژی متوسط در هر ذره

قسم ناشی از انرژی جنبشی
قسم ناشی از حرکت حرارتی

تجزیه از انرژی جنبشی از طریق پراکندگی به انرژی حرارتی تبدیل می‌شود و در نتیجه افزایش حرارت می‌شود.
 $\uparrow E \text{ اعمال میدان} \rightarrow \uparrow \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \uparrow v \rightarrow \uparrow \frac{3}{2} k_B T_n$

$T_{lattice} = T_{n,p}$ → $v_{th} < v$ → $\mu = q \tau_e$ & $\mu = q \tau_h$ → در میدان‌های کوچک

$\mu = \mu(E)$ → رابطه بین میان درجهت غریبی می‌شود → بخش قابل توصیف از انرژی جنبشی به انرژی حرارتی تبدیل می‌شود → پراکندگی → در میدان‌های بزرگ

این پدیده در مدل drift-diffusion توسط معادله وابسته به میدان مدل می‌شود.

Caughy & Thomas → $\mu_{LDSF} = \frac{\mu_{LDS}^{LDS}}{\left[1 + \left(\frac{\mu_{LDS}^{LDS} E}{N_{sat}} \right)^{\beta_n} \right]^{1/\beta_n}}$ → موصلیت در سطح

Jaggi → $\mu_{LDSF} = \frac{2 \mu_{LDS}^{LDS}}{1 + \left(1 + \left(\frac{2 \mu_{LDS}^{LDS} E}{N_{sat}} \right)^{\beta_p} \right)^{1/\beta_p}}$

$\lim_{E \rightarrow 0} \mu_{LDSF} = \mu_{LDS}$ &

$\lim_{E \rightarrow \infty} \mu_{LDSF} \cdot E = N_{sat}$

| | N_{sat} | β_n | N_p^{sat} | β_p |
|----|------------------------------|-----------|-----------------|-----------|
| Si | $1 \times 10^6 \frac{cm}{s}$ | 2 | 8×10^6 | 1 |

Carrier Generation and Recombination

میدونه ها تولید می کنند. بازترکیب تعیین کننده اثرات زیادی هستند مثل جریان نشتی و شکست افزاره برای یک نمونه ای در حالت تعادل یک تانک رسانایی بین ذراتی که بازترکیب در تولید وجود دارد که متعادل است.

$$n_0 = N_c e^{\frac{E_f - E_c}{kT}} = n_i e^{\frac{E_f - E_i}{kT}}$$

$$p_0 = N_v e^{\frac{E_v - E_f}{kT}} = n_i e^{\frac{E_i - E_f}{kT}}$$

که متعادل است $n_0 = p_0$ در تعادل.

$$\rightarrow n_0 p_0 = N_c N_v e^{\frac{-(E_c - E_v)}{kT}}$$

$$n_i^2 = N_c N_v e^{\frac{-E_g}{kT}}$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{\frac{-E_g}{2kT}}$$

این معادلات تنها برای نیم رسانا در حالت تعادل درجه اولی برقرار است چرا که اثرات پرتو یونان استفاده شده است.

در این حالت بازترکیب غالب خواهد شد $np > n_i^2$

در این حالت تولید غالب خواهد شد $np < n_i^2$

در این حالت با تابش نور یا تابش فوتون در کریستال $np > n_i^2$ حرکت با تابش نور

مکانیزم های مختلفی موجب تولید بازترکیب می شوند به غیر از منابع مختلفی از سوی لایحه برابر تولید بازترکیب را تا منجر می کنند

- 1 - phonons
- 2 - photons
- 3 - collisions
- 4 -

انتقال گذر شده توسط لایحه بازترکیب

اصولاً این مکانیزم ها با سایر بفرمان مواد در رابطه کار آنها می باشد.

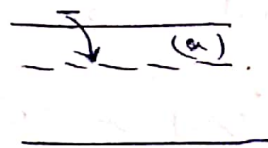
phonon Assisted تولید بازترکیب گذر شده توسط فوتون

در این مکانیزم ها تغییر مستقیم می دهد که تولید بازترکیب است از طریق برانگیختن انجام می شود

این مکانیزم معروف Schokley-Read-Hall نامیده می شود

تولید بازترکیب غیر مستقیم که از منبع غیر مستقیم است

① Electron capture



تک‌اشغال شده
occupide

$N_a = k_n n N_t^0$ نرخ تسخیر الکترون

رایج تله‌ها فست

$N_t = N_t^0 + N_t^-$ رایج کل تله‌ها

رایج کل acceptor like trap

تله‌ها اشغال شده، تله‌ها خالی شده

احتمال اشغال شدن در حالت پایدار

$f_t = \frac{N_t^-}{N_t}$

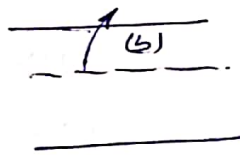
$f_t = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_t - E_f}{kT}}}$

تابع اشغال در حالت پایدار

$(1 - f_t) = 1 - \frac{N_t^-}{N_t} = \frac{N_t^0}{N_t}$

استفاده از نرخ جریان در سطح تله‌ها باید از نرخ فوتون بیشتر باشد تا بتواند از فریب برود و از فریب جلوگیری کند.

② Electron emission

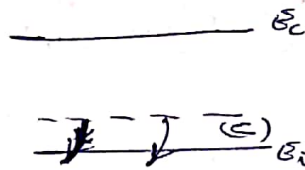


تک‌اشغال نشده، خالی
unoccupide

$N_b = k_p N_t^-$

تله‌ها اشغال شده می‌توانند الکترون را انتشار دهند

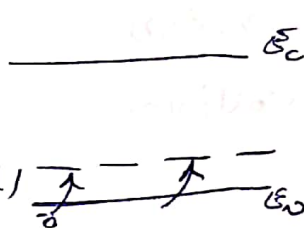
③ Hole capture



تک‌اشغال شده، اشغال شده
unoccupide

$N_c = k_p p N_t^-$

④ Hole emission



تله‌ها تک‌اشغال شده می‌توانند از نور ظرفیت و ولتاژ فوتون‌ها را منتشر کنند
occupide

$N_d = k_n n N_t^0$

در حالت پایدار $N_a = N_b \rightarrow k_n n N_t^0 = k_p p N_t^- \rightarrow k_b = k_n n \frac{1 - f_t}{f_t} \rightarrow n_i$

$N_c = N_d \rightarrow k_p p N_t^- = k_n n N_t^0 \rightarrow k_d = k_p p \frac{f_t}{1 - f_t} \rightarrow p_i$

f_t که از تله‌ها اشغال شده در حالت پایدار است

$R_n^{SRH} = N_a - N_b = k_n n N_t^0 - k_p p N_t^- = k_n N_t (n(1 - f_t) - n_i f_t)$ ①

$R_p^{SRH} = N_c - N_d = k_p p N_t^- - k_n n N_t^0 = k_p N_t (p f_t - p_i (1 - f_t))$ ②

$\frac{\partial N_t^-}{\partial t} = R_n^{SRH} - R_p^{SRH} \rightarrow$ در حالت پایدار

$$\frac{dN_t^-}{dt} = R_n^{SRH} - R_p^{SRH}$$

steady state $\rightarrow \frac{dN_t^-}{dt} = 0 \rightarrow R_n^{SRH} = R_p^{SRH}$

در حالت پایدار نرخ تولید = نرخ حذف

$$R_n^{SRH} = R_p^{SRH} \rightarrow f_t = \frac{k_a n + k_c p_i}{k_a(n+n_1) + k_c(p+p_1)}$$

$$R = N_t k_a k_c \frac{n p - n_i^2}{k_a(n+n_1) + k_c(p+p_1)} = N_t k_a k_c \frac{n p - n_i^2}{k_a(n+n_1) + k_c(p+p_1)}$$

$$\tau_n \triangleq \frac{1}{k_a N_t} \quad \& \quad \tau_p \triangleq \frac{1}{k_c N_t}$$

$$R = \frac{n p - n_i^2}{\tau_p(n+n_1) + \tau_n(p+p_1)}$$

در این معادله n و p به جای n_0 و p_0 قرار می‌دهیم و n_i را هم به جای n_0 و p_0 قرار می‌دهیم.

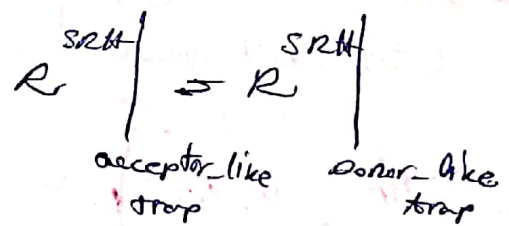


$$k_a = \sigma_n N_{th}^n \rightarrow \tau_n = \frac{1}{k_a N_t} = \frac{1}{\sigma_n N_{th}^n N_t}$$

$$k_c = \sigma_p N_{th}^p \rightarrow \tau_p = \frac{1}{k_c N_t} = \frac{1}{\sigma_p N_{th}^p N_t}$$

capture cross section

acceptor-like trap $\rightarrow N_t^+, N_t^-$
donor-like trap $\rightarrow N_t^-, N_t^+$



تغییرات در n و p در اثر تابش نور

$$f_{t_0} = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_t - E_i}{kT}}} \rightarrow \frac{1 - f_{t_0}}{f_{t_0}} = e^{\frac{E_t - E_i}{kT}}$$

$$n_i = n_0 \frac{1 - f_{t_0}}{f_{t_0}} = n_0 e^{\frac{E_t - E_i}{kT}} = n_i e^{\frac{E_t - E_i}{kT}}$$

$$p_i = p_0 \frac{f_{t_0}}{1 - f_{t_0}} = p_0 e^{\frac{E_i - E_t}{kT}} = n_i e^{\frac{E_i - E_t}{kT}}$$

بنابراین n_i و p_i همواره متناسب با $e^{\frac{E_t - E_i}{kT}}$ و $e^{\frac{E_i - E_t}{kT}}$ هستند.

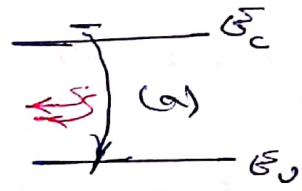
if $E_t = E_i \rightarrow$ trap = recombination or deeps trap center
 if $|E_t - E_i| \gg kT \rightarrow n_i \uparrow, p_i \uparrow \Rightarrow R = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_i) + \tau_n(p + p_i)} \downarrow$

شکل: در صورتی که نور تابان می‌شود n_i, p_i در n, p پس $R = \frac{n_i}{2\tau}$

photon Transition

① Electron Hole Recombination

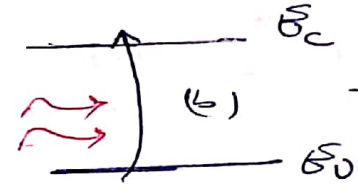
$N_a = k_a^{opt} np$
 $e^+ + h^+ \rightleftharpoons \cdot$



radiative recombination

② Electron Hole pair Generation

$N_b = k_b^{opt}$



optical generation

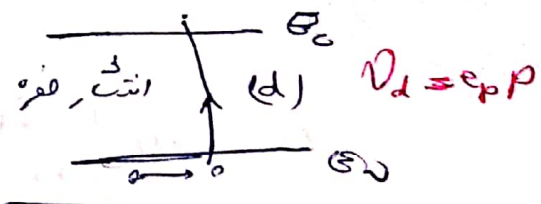
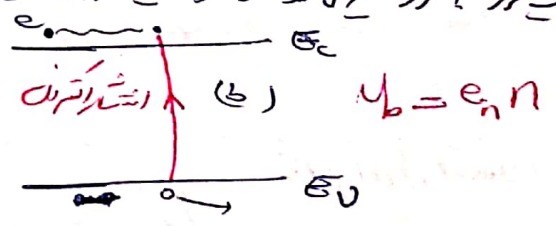
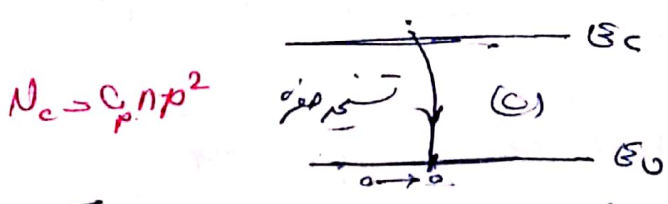
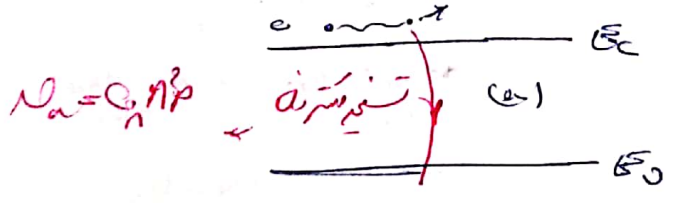
در حالت تعادل $N_a = N_b \Rightarrow N_{a_i} = N_{b_i} \Rightarrow k_a^{opt} n_i^2 = k_b^{opt}$

$R = N_a - N_b = k_a^{opt} np - k_b^{opt} = k_a^{opt} np - k_a^{opt} n_i^2$

$R^{opt} = k_a^{opt} (np - n_i^2)$

Auger Generation/Recombination (phonon-assisted Auger process)

در این حالت مزره درگیر می‌شوند و نواره از یک تورا بنوار دیگر می‌روند و در نوبت با نرسن انرژی در همان نواره می‌روند. از یک تورا با تراز دیگر بود که در نهایت انرژی اش با هست نوبت می‌دهد از دست می‌دهد (در صورت بازتاب)



در حالت تعادل $N_{a_i} = N_{b_i} \rightarrow c_n n_i p_i = e_n n_i \rightarrow c_n n_i^2 = e_n$

$N_{c_i} = N_{d_i} \rightarrow c_p n_i p_i^2 = e_p p_i \rightarrow c_p n_i^2 = e_p$

$2e^- + h^+ \rightleftharpoons e^-$
 $e^- + 2h^+ \rightleftharpoons h^+$

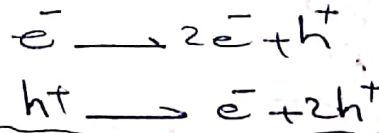
AV $R = N_a - N_b + N_c - N_d = (c_n n + c_p p)(np - n_i^2)$

$\tau = 3nk$ -31 cm/s
 $c_n = 2.9 \times 10^{-32}$ cm/s
 $c_p = 9.9 \times 10^{-32}$ cm/s

Impact Ionization

یونیزاسیون برخوردی یک فرآیند تولید حامل است که یک حامل پرنرژی یک زوج الکترون-حفره تولید می کند. از دید مکانیک کوانتومی، این فرآیند بین یونیزاسیون برخوردی و تولید Auger وجود ندارد. تنها اختلاف آنجا در منبع انرژی آن است.

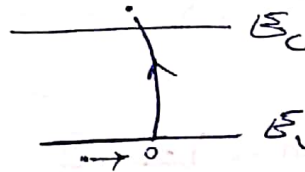
تولید Auger یک فرآیند ثانویه است. جامع تراکم حاملها n, p است. یونیزاسیون برخوردی یک فرآیند غیر تبادلی است که در یک میزان بزرگ جامع حاملها در جهت J_n رخ می دهد.



a) Electron emission

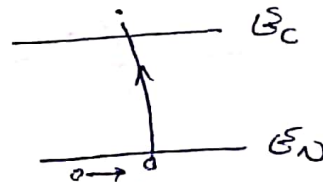
$$N_a = \alpha_n \frac{|J_n|}{q}$$

که فریب یونیزاسیون برخوردی را می گویند



b) Hole emission

$$N_b = \alpha_p \frac{|J_p|}{q}$$



برای یونیزاسیون برخوردی نرخ واکنش در حالت سد در جهت الکترون و حفره یکسان است.

$$G = N_a + N_b = \alpha_n \frac{|J_n|}{q} + \alpha_p \frac{|J_p|}{q}$$

بررسی می شود که شکل یک تابعی است با نسبت میان جریان فریب یونیزاسیون N_a و N_b .

$$\alpha_n = A_n e^{-\left(\frac{\beta_n}{E}\right)^{\beta_n}}, \quad \alpha_p = A_p e^{-\left(\frac{\beta_p}{E}\right)^{\beta_p}}$$

که $E = \frac{J}{qA}$ مولفه میدان در جهت تابش می باشد.

Chynoweth $\rightarrow \beta_n = \beta_p = 1$

Schockley $\rightarrow \beta_n = \beta_p = 1$

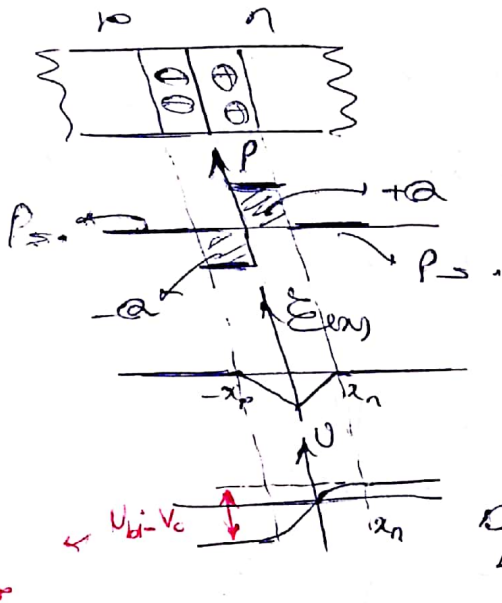
Wolf $\rightarrow \beta_n = \beta_p = 2$

$$\begin{aligned} 1 < \beta_n < 2 \\ 1 < \beta_p < 2 \end{aligned}$$

| | | |
|---------------|--|--|
| δ_i | $A_n = 7.03 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ | $A_p = 6.71 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ |
| $\eta = 30\%$ | $\beta_n = 1.231 \times 10^6 \text{ V/cm}$ | $\beta_p = 1.693 \times 10^6 \text{ V/cm}$ |
| | $\beta_n = 1$ | $\beta_p = 1$ |

Devices in detail

نصل نتم



(abrupt doping profile)

(depletion approximation)

if $w \gg L_D \Rightarrow$ depletion approximation

تقریباً صحتی برقرار است

$$L_D = \sqrt{\frac{\epsilon V_{bi}}{q N_D}}$$

Debye Length

بیشتر کمره‌ها در مستقیماً با هم بیان می‌کنند

$$\rho = p \Rightarrow \frac{dE}{dx} = \frac{q}{\epsilon} (p - n + c) \approx \frac{q c}{\epsilon}$$

$$\rho = \begin{cases} \frac{q c}{\epsilon} & x < -x_p, x > x_n \\ -q N_A & -x_p < x < 0 \\ q N_D & 0 < x < x_n \end{cases}$$

$$\frac{dE}{dx} = \begin{cases} \frac{q c}{\epsilon} & x < -x_p, x > x_n \\ -q N_A & -x_p < x < 0 \\ q N_D & 0 < x < x_n \end{cases} \Rightarrow E(x) = \begin{cases} \text{constant} \\ \int \frac{q c}{\epsilon} dx + k \end{cases}$$

$$\begin{cases} E(x) = \int \frac{q}{\epsilon} (-N_A) dx + k_1 & -x_p < x < 0 \\ E(x) = \int \frac{q}{\epsilon} (N_D) dx + k_2 & 0 < x < x_n \end{cases}$$

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{q N_A}{\epsilon} x + k_1 & \text{boundary condition} \\ \frac{q N_D}{\epsilon} x + k_2 \end{cases} \begin{cases} E(-x_p) = 0 \\ E(x_n) = 0 \end{cases}$$

$$E(x) = \begin{cases} -\frac{q N_A}{\epsilon} (x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ \frac{q N_D}{\epsilon} (x - x_n) & 0 < x < x_n \end{cases}$$

$$E_{max} = E(0) = -\frac{q N_A}{\epsilon} x_p = -\frac{q N_D}{\epsilon} x_n \Rightarrow \boxed{N_A x_p = N_D x_n}$$

$$E(x) = \begin{cases} 0 & x < -x_p \\ -\frac{q N_A}{\epsilon} (x + x_p) & -x_p < x < 0 \\ \frac{q N_D}{\epsilon} (x - x_n) & 0 < x < x_n \\ 0 & x > x_n \end{cases} \Rightarrow 0 = -\int E(x) dx + k \Rightarrow \boxed{V(x = -x_p) = V_0}$$

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & x < -x_p \\ \frac{q N_A}{2\epsilon} (x + x_p)^2 + V_0 & -x_p < x < 0 \\ \frac{q}{2\epsilon} [N_A x_p^2 - N_D x^2 + N_A x^2 x_p] + V_0 & 0 < x < x_n \\ V_{bi} & x > x_n \end{cases}$$

$$N(x) \Big|_{x=x_n} = \sqrt{c} + \frac{q}{2\epsilon} [N_A x_p^2 - N_D x_n^2 + N_A x_n x_p]$$

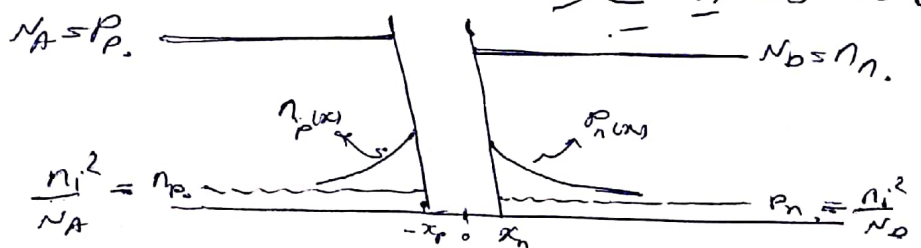
$$\psi_{bi} = \sqrt{c} + \epsilon_{Max}^2 \frac{\epsilon}{2q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) \rightarrow \epsilon_{Max} = - \sqrt{\frac{2q(\psi_{bi} - V_c)}{\epsilon \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}}$$

فرضه
 $N_A x_p = N_D x_n$
 $\epsilon_{Max} = - \frac{q N_A x_p}{\epsilon}$
 $\epsilon_{Max} = - \frac{q N_D x_n}{\epsilon}$

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon(\psi_{bi} - V_c)}{q \left(\frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right)}}$$

در صورتی که این معادله برای $\psi_{bi} < V_c$ درست است

در صورتی که $\psi_{bi} > V_c$ در این صورت می توان گفت که در این حالت



$n \text{ در } n = n_i e^{\frac{\epsilon_{Fn} - \epsilon_i}{kT}}$
 $p \text{ در } p = n_i e^{\frac{\epsilon_i - \epsilon_{Fp}}{kT}}$
 $\rightarrow n_p = n_i^2 e^{\frac{\epsilon_{Fn} - \epsilon_{Fp}}{kT}} \Rightarrow n_p = n_i^2 e^{\frac{V_c}{kT_A}}$

$$\boxed{n_p = n_i^2 e^{\frac{V_c}{kT}}} \quad (I)$$

$$\boxed{n_n \approx n_n, p_p \approx p_p} \quad (II)$$

$\epsilon_{Fn} \rightarrow n_p = n_p e^{\frac{V_c}{kT}}$
 $p_n = p_n e^{\frac{V_c}{kT}}$

$n(x) = n_p + n_p e^{\frac{ax}{L_n}} e^{\frac{+x}{L_n}}$
 $\delta n(x) = \Delta n_p e^{\frac{x}{L_n}}$

$J = J_n + J_p = nqD_n \frac{dn}{dx} + pqD_p \frac{dp}{dx}$
 $J = \left(nqD_n \cdot \frac{n_p}{L_n} + pqD_p \cdot \frac{p_n}{L_p} \right) \left(e^{\frac{ax}{L_n}} - 1 \right)$

$J_n = qn\mu_n E + qD_n \nabla n$
 $\nabla \cdot J_n = qR$

$R = \frac{n_p - n_i^2}{\tau_n(n+n_i) + \tau_p(p+p_i)} \Big|_{p \gg n, p = N_A} = \frac{n \cdot N_A - n_i^2}{\tau_n N_A} = \frac{n - n_i^2/N_A}{\tau_n} = \frac{n - n_p}{\tau_n} = \frac{\Delta n}{\tau_n}$

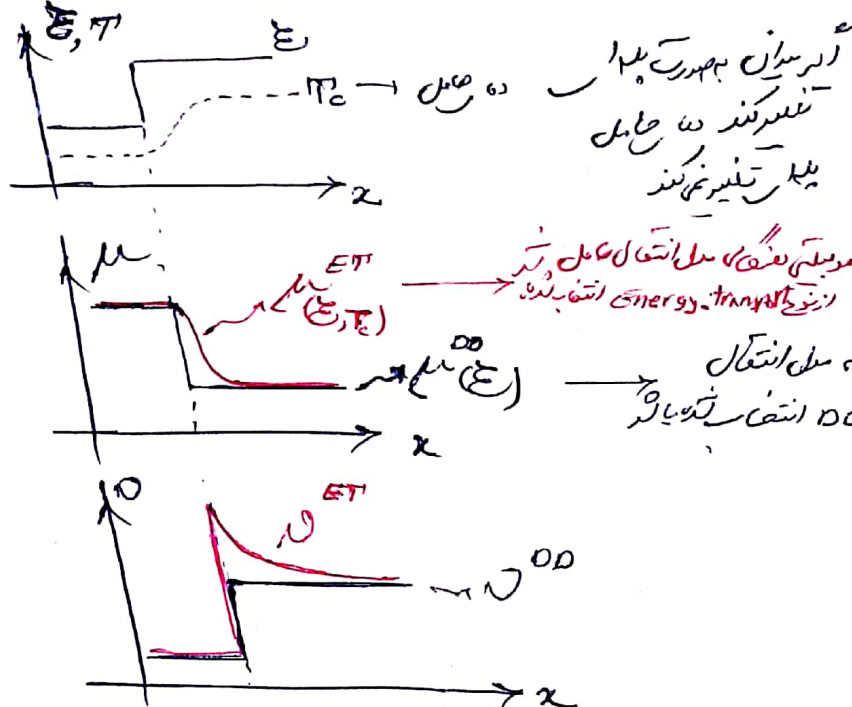
diffusion (در) J_n $\nabla \cdot J_n$

$J_n = qD_n \nabla n$
 $\nabla \cdot J_n = qR = q \frac{\Delta n}{\tau_n}$
 $q \frac{\Delta n}{\tau_n} = qD_n \nabla \cdot (\nabla n) \rightarrow \frac{\Delta n}{\tau_n} = D_n \nabla^2 n \rightarrow \frac{\Delta n}{\tau_n} = D_n \nabla^2 (n_0 + \Delta n)$

$$D_n \nabla^2 \delta_n = \frac{\delta_n}{\tau_n} = 0$$

$$\nabla^2 \delta_n - \frac{1}{D_n \tau_n} \delta_n = 0$$

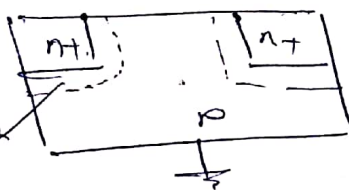
$$\rightarrow \boxed{\delta_n = c_1 e^{\frac{x}{L}} + c_2 e^{-\frac{x}{L}}}$$



Carrier Generation and Recombination

drift-diffusion Eqm. $\rightarrow R_{SRH} = \frac{np - n_i^2}{\tau_p(n + n_i) + \tau_n(p + n_i)}$

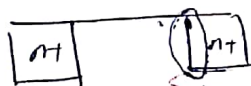
در اندازه گیری SRH توسط bulk device



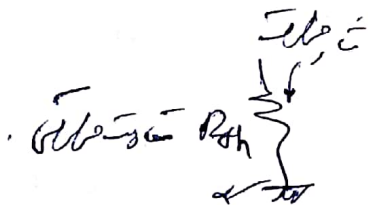
تولید و انبساط
حفره ها در حالت
بسیار کم در bulk
کشیده می شود.

$R^{AVG} = (n c_n^{AVG} + p c_p^{AVG})(np - n_i^2)$

Thermal modeling : \dot{Q}_{SRH}



Self Heating



reference temperature
Thermal contact

$\rho_{tot} \frac{\partial T_L}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T_L) + H$

Adler $H = \int_n \nabla \frac{E_c}{q} + \int_p \nabla \frac{E_v}{q} + R(E_c - E_v)$

bandgap narrowing در سطح

incomplete ionization در سطح

semiconductor-metal contacts در سطح

& tunneling quantum در سطح

ohmic schottky

Pauli-Exclusion

Tsu-Esaki

توصیف نیمه کلاسیک از انتقال حامل توسط مدل انتقال برنزیس حاصل می شود
 Boltzmann's Transport Equation (BTE)

میدان توزیع در فضای شش بعدی (x, y, z, p_x, p_y, p_z) است، بر اساس BTE

در صورتی که بتوان از روش Monte Carlo برای تصحیح جهت حرکت، پیش

حل عددی BTE، روش spherical harmonic expansion (SHE)

مستند به انتیج چند moment در یک نظم لحاظ شده است انتقال فزونی برانگیز می شود

با استفاده از دریا moment \rightarrow drift-diffusion models (D-D)

با استفاده از چهار moment \rightarrow Energy-Transport/hydrodynamic models

که در این مدل علاوه بر پارامترهای مدل D-D پارامترهای انتقال دیگر
 مثل شار انرژی و شار حامل نیز به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته می شود

$$\begin{cases} \vec{J}_n = qn\mu_n \vec{E} + qD_n \nabla n + qnD_n^T \nabla T_L \\ \vec{J}_p = qp\mu_p \vec{E} - qD_p \nabla p - qpD_p^T \nabla T_L \end{cases} \quad (D-D)$$

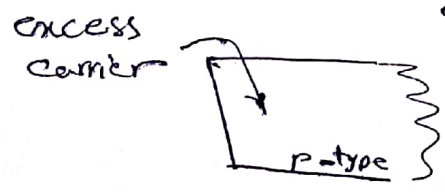
mobility $\rightarrow \mu^{LSF} = \mu^F (\mu^S (\mu^L (\mu^C)))$

مدل Lombardi $\rightarrow \frac{1}{\mu^{LSF}} = \frac{1}{\mu^{ph}} + \frac{1}{\mu^{sr}} + \frac{1}{\mu^C} \rightarrow$ Matthiessen's rule

Screened Coulomb scattering

از معادله $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial p}{\partial t} \rightarrow \vec{J} = \vec{J}_n \rightarrow \nabla \cdot \vec{J}_n - \frac{\partial p}{\partial t} = qR \rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{J}_n + q \frac{\partial n}{\partial t} = qR}$

$\vec{J} = \vec{J}_p \rightarrow \nabla \cdot \vec{J}_p - \frac{\partial p}{\partial t} = -qR \rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{J}_p - q \frac{\partial p}{\partial t} = -qR}$



$$\begin{cases} \vec{J}_n = qn\mu_n \vec{v}_n \\ \nabla \cdot \vec{J}_n = q \frac{\partial n}{\partial t} + qR \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{J}_n = qn\mu_n \vec{v}_n \\ \nabla \cdot \vec{J}_n = qR \end{cases}$$

Direct tunneling → Fowler-Nordheim مد
 → Tsu-Esaki مد

Trap assisted tunneling → Herrmann and Schenk مد
 ↳ multi-trap assisted tunneling

Quantum confinement effects → Hänisch مد
 → van Oort مد
 ↳ مد در دسترس فضا که انتزاعی با انرژی band-gap در دسترس مد می باشد

Carrier Energy distribution function:

مد تابع این پارامتر است
 ↳ تابع این پارامتر است

$\mathcal{N}_v^i = \mathcal{N}_c^i = \mathcal{N}_L^i$
 ↳ lattice
 ↳ در حالت برابری

تخمین دما که حاصل در مدل درینت-دیفیوژن:

$\mathcal{N}_v^i = \mathcal{N}_L^i + \frac{2}{3} \frac{q}{k_B} \mathcal{C}_{E,v} \mu_v E^2$
 ↳ $\mathcal{C}_{E,v}$ زون انرژی
 → $\boxed{\mathcal{N}_v^i \propto E^2}$

$\vec{v} = \frac{1}{m} \nabla E$
 ↳ μ_v در دسترس فضا و استیج
 ↳ -1 برای انرژی و $+1$ برای انرژی

دما که در دسترس فضا
 $\mu_v = \frac{N_v^{set}}{E}$
 $\mathcal{N}_v^i = \mathcal{N}_L^i + \frac{2}{3} \frac{q}{k_B} \mathcal{C}_{E,v} N_v^{set} E$
 → $\boxed{\mathcal{N}_v^i \propto E}$

non-local estimation

مد تابع این پارامتر است که در دسترس فضا استفاده می شود

$\mathcal{N}_v^i(x) = \mathcal{N}_L^i + \frac{2}{3} \frac{q}{k_B} \int_0^x E(u) e^{-\frac{u-x}{\lambda_0}} du$
 ↳ $\lambda_0 = \frac{3}{2} \tau v_c = \text{constant}$
 ↳ طول گشت وادی

cold Maxwellian distribution:

$$f(E) = A e^{-\frac{E}{k_B T_L}}$$

تقریباً کلاسیک توزیع:

heated Maxwellian distribution:

$$f(E) = A e^{-\frac{E}{k_B T_n}}$$

concern → $f(E) = A \left[e^{-\frac{\alpha_1 E^3}{T_n^{1.5}}} + c_0 e^{-\frac{\alpha_2 E^3}{T_n^{1.5}}} \right]$
 برای توزیع انرژی فونون در حالت سرد

Grasser →

$$f(E) = A e^{-\left(\frac{E}{E_{ref}}\right)^b}$$

$$\int_0^{\infty} E_{ref} = k_B T_n \cdot \frac{3}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2b}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2b}\right)}$$

$$b_0 \int_0^{\infty} f(x) = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^{2-1}} dx$$

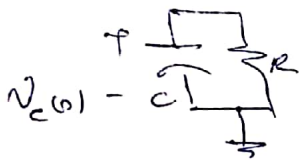
$$b(T_n) = 1 + b_1 \left(1 - \frac{T_L}{T_n}\right)^{b_1} + b_2 \left(1 - \frac{T_L}{T_n}\right)^{b_2}$$

Hot particles →

$$f(E) = A \left\{ e^{-\left(\frac{E}{k_B T_{ref}}\right)^b} + c e^{-\frac{E}{k_B T_2}} \right\}$$

برای مدل سرد و توزیع فونون در حالت سرد hot-carrier

گسسته سازی و میری پایداری :



$i_R + i_C = 0$

$\frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC} v = 0$ → درم بنویسید خط فریب
نایب برش برود

گسسته سازی یک متغیره : \rightarrow

ادامه مستقیم $\rightarrow \frac{v_{k+1} - v_k}{t_{k+1} - t_k} + \frac{1}{RC} v_k = 0 \rightarrow \boxed{v_{k+1} = (1 - \frac{\Delta t}{RC}) v_k} \rightarrow \boxed{v_n = (1 - \frac{\Delta t}{RC})^n v_0}$

اگر $\Delta t RC < 1$ باشد در رابطه فوق v_n یک روند مثبت و منفرجه خواهد بود که از نظر نوسان قابل قبول نیست. پس برای پایداری باید $\Delta t RC > 1$ باشد به عبارتی $\frac{1}{\Delta t} > \frac{1}{RC}$ باشد یعنی سرعت نمونه برداری بیشتر از سرعت فرکانس باشد.

$\Delta t < RC$

ادامه منفرجه $\rightarrow \frac{v_k - v_{k-1}}{t_k - t_{k-1}} + \frac{1}{RC} v_k = 0 \rightarrow v_k = (1 - \frac{\Delta t}{RC}) v_{k-1} \rightarrow \boxed{v_n = (1 - \frac{\Delta t}{RC})^n v_0}$

در این حالت با هر سرعت نمونه برداری حل عددی وجود دارد.

گسسته سازی در متغیره (زده رده) : برای گسسته سازی مدارم پیوستگی برای اکثر رده ها چندان

متعلق ممکن است رخ دهد

$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n + G_n - R_n \xrightarrow{G_n = R_n} \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n$

نقطه بیخ ریزش $\vec{J}_n = q D_n \nabla n$ (الف)
 داشته باشیم $\vec{J}_n = n \mu_n q \vec{E}$ (ب)
 نقطه سون $\vec{J}_n = q D_n \nabla n + n \mu_n q \vec{E}$ (ج) drift + diffusion

مندی گسسته سازی مدارم پیوستگی فقط با روش ریزش چندان

$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n \xrightarrow{\vec{J}_n = q D_n \nabla n} \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot (q D_n \nabla n) \rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot (D_n \nabla n)$

اگر D_n یک عدد ثابت باشد $\rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = D_n \nabla^2 n \rightarrow$

ادامه مستقیم $\rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = D_n \nabla^2 n \rightarrow \frac{n_{k,i+1} - n_{k,i}}{t_{k+1} - t_k} = D_n \frac{n_{k,i-1} - 2n_{k,i} + n_{k,i+1}}{\Delta x^2}$

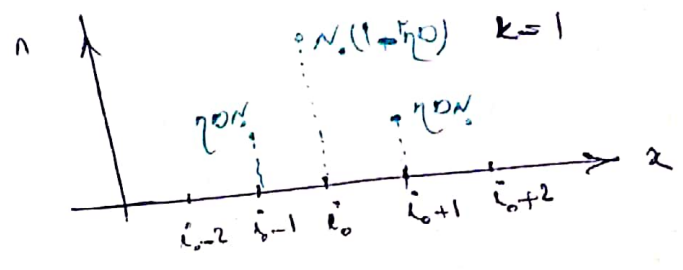
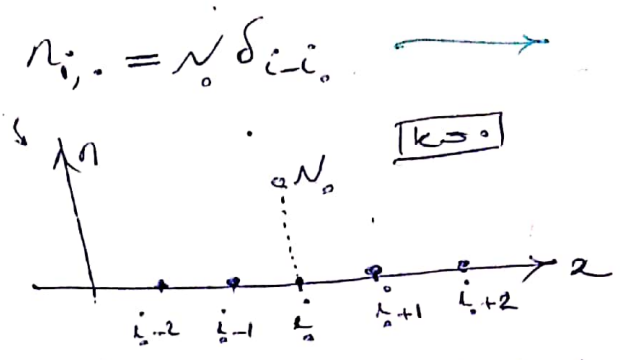
$n_{k+1,i} = n_{k,i} + D_n \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \cdot (n_{k,i-1} - 2n_{k,i} + n_{k,i+1})$

$n_{k+1,i} = n_{k,i} + D_n \eta (n_{k,i-1} - 2n_{k,i} + n_{k,i+1})$

$n_{i,k+1} = n_{i,k} + D_n \eta (n_{i-1,k} - 2n_{i,k} + n_{i+1,k})$

شرط اولی :

درست‌ترین مقدار در هر نقطه توسط جمع ضربات نشان داده می‌شود.



$$n_{i,k+1} = n_{i,k} + \eta D [n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}]$$

$$\downarrow n_{i,k+1} \Rightarrow n_{i,1} = \underbrace{n_{i,0}}_{N_0} + \eta D [n_{i+1,0} - 2n_{i,0} + n_{i-1,0}] = N_0(1 - 2\eta D)$$

$$n_{i_0,k+1} \Big|_{k=0} \Rightarrow n_{i_0,1} = n_{i_0,0} + \eta D [n_{i_0+1,0} - 2n_{i_0,0} + n_{i_0-1,0}] = \eta D N_0$$

$$n_{i_0,k+1} \Big|_{k=0} \Rightarrow n_{i_0-1,1} = n_{i_0-1,0} + \eta D [n_{i_0,0} - 2n_{i_0-1,0} + n_{i_0-2,0}] = \eta D N_0$$

$$n_{i_0,k+1} \Big|_{k=0} \Rightarrow n_{i_0+1,1} = n_{i_0+1,0} + \eta D [n_{i_0+2,0} - 2n_{i_0+1,0} + n_{i_0,0}] = \eta D N_0$$

منفر شدن این عبارت از نظر فیزیکی به علت $1 - 2\eta D > 0$ است.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial x} \rightarrow \left(\frac{1}{\Delta t}\right) > \left(\frac{2D}{\Delta x^2}\right)$$

برای بدیاری از نظر خورده شدن :

$$n_{i,k+1} = n_{i,k} + \eta D [n_{i+1,k} - 2n_{i,k} + n_{i-1,k}]$$

تبدیل به

$$\begin{aligned} N(\xi, k+1) &= N(\xi, k) + \eta D [e^{j\omega \Delta x} N(\xi, k) - 2N(\xi, k) + e^{-j\omega \Delta x} N(\xi, k)] \\ &= N(\xi, k) + \eta D N(\xi, k) [e^{j\omega \Delta x} - 2 + e^{-j\omega \Delta x}] \\ &= N(\xi, k) [1 + \eta D (2 \cos(\omega \Delta x) - 2)] \\ &= N(\xi, k) \cdot G(\omega \Delta x) \end{aligned}$$

$$N(x, k+1) = N(x, k) \cdot g(\Delta x \xi)$$

$$k=0 \rightarrow N(x, 1) = N(x, 0) \cdot g(\Delta x \xi)$$

$$k=1 \rightarrow N(x, 2) = N(x, 1) \cdot g(\Delta x \xi) = N(x, 0) \cdot (g(\Delta x \xi))^2$$

$$k=2 \rightarrow N(x, 3) = N(x, 2) \cdot g(\Delta x \xi) = N(x, 0) \cdot (g(\Delta x \xi))^3$$

$$N(x, k+1) = N(x, 0) \cdot (g(\Delta x \xi))^k$$

در هر دو قسم رفته $k \rightarrow \infty$ باید بهمان مقدار نرسد:

$$|g(\Delta x \xi)| < 1 \rightarrow -1 < 1 + 2\eta D (\cos(\Delta x \xi) - 1) < 1$$

$$-2 < 4\eta D \sin^2\left(\frac{\Delta x \xi}{2}\right) < 2$$

$$4\eta D \sin^2\left(\frac{\Delta x \xi}{2}\right) < 2 \rightarrow 2\eta D < 1 \rightarrow 2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \cdot D < 1$$

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2D}$$

شرط پایدار بودن معادله تفاضلی است که گوییم شرط پایداری است. بدون رعایت آن، دقت محاسبه کم می‌شود و در نهایت ناپایدار می‌شود.

بررسی پایدار بودن معادله تفاضلی با روش دیگری می‌تواند انجام شود. روشی که در اینجا به روش پایداری معروف است.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n \rightarrow \frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

$$\frac{n_{i,k} - n_{i,k-1}}{\Delta t} = D \frac{n_{i-1,k} - 2n_{i,k} + n_{i+1,k}}{\Delta x^2}$$

$$n_{i,k} = n_{i,k-1} + D \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (n_{i-1,k} - 2n_{i,k} + n_{i+1,k})$$

$$n_{i,k} = n_{i,k-1} + D\eta (n_{i-1,k} - 2n_{i,k} + n_{i+1,k})$$

با تبدیل

$$N(x, k) = N(x, k-1) + D\eta (e^{-j\Delta x \xi} N(x, k) - 2N(x, k) + e^{j\Delta x \xi} N(x, k))$$

$$\left[1 - D\eta (e^{-j\Delta x \xi} - 2 + e^{j\Delta x \xi}) \right] N(x, k) = N(x, k-1)$$

$$N(x, k) = \frac{1}{1 - D\eta (2\cos(\Delta x \xi) - 2)} \cdot N(x, k-1)$$

$$N(x, n+1) = \left(\frac{1}{1 - D\eta (2\cos(\Delta x \xi) - 2)} \right)^n N(x, n)$$

$$g(\Delta x \xi) = \frac{1}{1 - 2D\eta (\cos(\Delta x \xi) - 1)} = \frac{1}{1 + 4D\eta \sin^2\left(\frac{\Delta x \xi}{2}\right)} < 1$$

این عدد همواره از 1 کوچکتر است پس همواره پایدار است.

پس در وقت دست ما از خوردن ادرم دارونما بر ما لازم نیست چون بدن ما به شکل ما می‌داند.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

حل کلی معادله:

(در حالت یک بعدی)

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

→ Heat Equation

$$n(x,t) \Big|_{t=0} = n_0(x)$$

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{E_{act}}{k_B T}\right)$$

Arrhenius law

برای $D_0 = 3.85 \frac{cm^2}{sec}$ و $E_{act} = 3.66 eV$

$$D = D_0 e^{-1.42}$$

$T = 300 K$

① inexhaustible

= constant surface concentration

منبع تراکم نامتناهی در سطح

$$\lim_{x \rightarrow \infty} n(x,t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x,t) = n_{surf}$$

$$n(x,t) = n_{surf} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right)$$

② constant dose (drive-in)

$$N_d(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} n(x,t) dx = \text{constant}$$

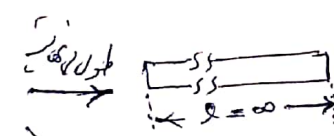
$$\lim_{x \rightarrow \infty} n(x,t) = 0$$

$$x \rightarrow \infty$$

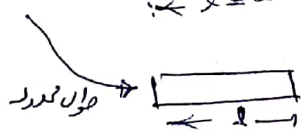
$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x,t) = ?$$

$$t \rightarrow \infty$$

$$n(x,t) = \frac{N_d}{\sqrt{\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x,t) = 0$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} n(x,t) = \frac{N_d}{l}$$

تست برای ماده پیوستگی که چون در آن نقطه در جهت دارد

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n + G - R_n$$

$$\vec{J}_n = n \mu_n q \vec{E}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot (n \mu_n q \vec{E})$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot (n \mu_n \vec{E})$$

در جهت راست \rightarrow گریم \vec{E} به سمت راست باشد

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla_x (n q)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla_x (n q \mu_n)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mu_n \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\mu_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

در جهت چپ \leftarrow گریم \vec{E} به سمت چپ باشد

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mu_n \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

در جهت چپ \leftarrow گریم \vec{E} به سمت چپ باشد

$$n(x, 0) = n_0(x)$$

$$n(0, t) = g(t)$$

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{\mu_n}$$

$$\frac{dx}{dt} = \mu_n$$

$$x = \mu_n t$$

$$c = x - \mu_n t$$

$$n = g(x - \mu_n t)$$

$$n(x, t) = \begin{cases} n_0(x - \mu_n t) & x - \mu_n t > 0 \\ g(t - \frac{x}{\mu_n}) & x - \mu_n t < 0 \end{cases}$$

تست برای ماده پیوستگی که چون در آن نقطه در جهت دارد

$$\frac{dn}{dt} + v \frac{dn}{dx} = 0$$

$$\frac{n_{i,k+1} - n_{i,k}}{\Delta t} + v \frac{n_{i+1,k} - n_{i,k}}{\Delta x} = 0$$

$$n_{i,k+1} = (1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} v) n_{i,k} - \frac{v \Delta t}{\Delta x} n_{i+1,k}$$

$$n_{i,k+1} = (1 + v \lambda) n_{i,k} - v \lambda n_{i+1,k}$$

با توجه به اینکه در جهت چپ

در جهت چپ حرکت کند درجه حرکت که در آن ماده در نقطه i از ماده $i+1$ که قبل از آن بود اطلاعات ندارد
 به درستی اگر در جهت چپ حرکت کند از جهت چپ از جهت چپ \leftarrow استفاده کنیم

ماده پیوسته به سمت چپ حرکت می کند

$$n_{i,k+1} = (1 - v \lambda) n_{i,k} + v \lambda n_{i+1,k}$$

Left-sided difference

این جهت حرکت که در جهت چپ حرکت کند از جهت چپ

Right-sided difference

در جهت چپ حرکت کند از جهت چپ

باید استفاده کرد در جهت چپ

بررسی پایداری روش گسسته‌سازی مارکوفی (با جزئیات drift) با استفاده از معادله دیفرانسیل

von Neumann:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

$v > 0 \rightarrow$ Left sided & Forward Euler scheme difference

$$n_{i,k+1} = n_{i,k}(1 - v\lambda) + v\lambda n_{i-1,k} \quad \& \quad \lambda \triangleq \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

تبدیل فوریه

$$\begin{aligned} N(\xi, k+1) &= (1 - v\lambda)N(\xi, k) + v\lambda \cdot e^{-j\xi\Delta x} N(\xi, k) \\ &= (1 - v\lambda + v\lambda e^{-j\xi\Delta x})N(\xi, k) \\ &= (1 - v\lambda + v\lambda e^{-j\xi\Delta x})^k \cdot N(\xi, 0) \\ &= (g(\Delta x \xi))^k \cdot N(\xi, 0) \end{aligned}$$

شرط پایداری

$$\left| 1 - v\lambda + v\lambda e^{-j\xi\Delta x} \right| \leq 1 \quad \rightarrow \quad \left| (1 - v\lambda + v\lambda e^{-j\xi\Delta x})^k \right| \leq 1$$

$$|v\lambda| < 1$$

$$v < \frac{1}{\lambda}$$

$$v < \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

اطلاعات گسسته شده با سرعت $\frac{1}{\lambda}$ یعنی $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ حرکت می‌کنند، بنابراین اطلاعات در نقطه i باید اطلاعات در نقطه $i - \frac{1}{\lambda}$ در دسترس داشته باشند.

✓ دیده شود علاوه بر اینکه روش گسسته سازی باید درست انتخاب شود مثلاً اگر $v < 0$

چپ به راست حرکت کند از left-sided difference و اگر از راست به چپ حرکت کند از right-sided difference

انتخاب روش علاوه بر اینکه باید $v < \frac{\Delta x}{\Delta t}$ انتخاب مناسب تا dispersion را نداشته باشد

2- در سیستم یونیفرم (مدام انتقال) در تمام جهت هر دو فرآیند با هم اتفاق می افتد
diffusion + convection

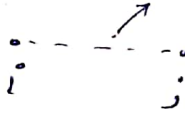
$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n + G_n - R_n$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot (n \mu_n q \vec{E} + q D_n \nabla n)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_n &= n \mu_n q \vec{E} + q D_n \nabla n \\ &= q \mu_n (n \vec{E} + \frac{D_n}{\mu_n} \nabla n) \\ &= q \mu_n (n \vec{E} + \frac{kT}{q} \nabla n) \\ &= q \mu_n (n \nabla \psi + \frac{D_n}{\mu_n} \nabla n) \end{aligned}$$

$$J_{n,i} = q \mu_n \left(-\frac{n_{i+1} + n_i}{2} \cdot \frac{V_{z,i} - V_i}{d_{i,j}} + \frac{D_n}{\mu_n} \frac{n_j - n_i}{d_{i,j}} \right)$$

در این فرآیند یونیفرم، هر دو فرآیند با هم اتفاق می افتد
نقطه n_i ، n_{i+1} است



گسترش

در این روش گسترش، در جهت درجه اول اتفاق می افتد

روش باintegration در Box

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n$$

$$\int \frac{\partial n}{\partial t} dv = \int \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{J}_n dv = \frac{1}{q} \int \vec{J}_n \cdot d\vec{s}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} \cdot V_i = \frac{1}{q} \sum_{j \in N_i} J_{i,j} \cdot A$$

$$\sum_{j \in N_i} J_{i,j} \cdot A = q \frac{\partial n_i}{\partial t} V_i$$



$$V_i = A \Delta x = wh \Delta x$$

$$(J_{i,i-1} + J_{i,i+1}) A = q \frac{\partial n_i}{\partial t} (A \Delta x)$$

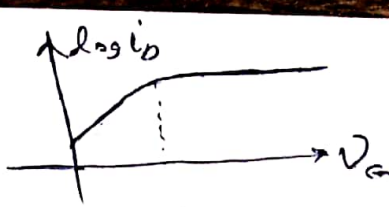
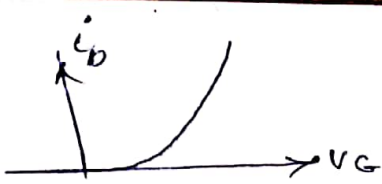
$$J_{i,i-1} + J_{i,i+1} = q \frac{\partial n_i}{\partial t} \Delta x \quad (*)$$

$$J_{i,i+1} = q \mu_n \left[\frac{n_{i+1} + n_i}{2} \cdot (+E) + \frac{D_n}{\mu_n} \frac{n_{i+1} - n_i}{\Delta x} \right]$$

$$J_{i,i+1} + J_{i,i-1} = q \mu_n \left[\frac{n_{i+1} + n_{i-1}}{2} E + \frac{D_n}{\mu_n} \frac{n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}}{\Delta x} \right] \quad (**)$$

$$(*) \rightarrow q \frac{(n_{i,k+1} - n_{i,k})}{\Delta t} \Delta x = q \mu_n \left[\frac{n_{i+1} + n_{i-1}}{2} E + \frac{D_n}{\mu_n} \frac{n_{i+1} - 2n_i + n_{i-1}}{\Delta x} \right]$$

Forward Euler scheme



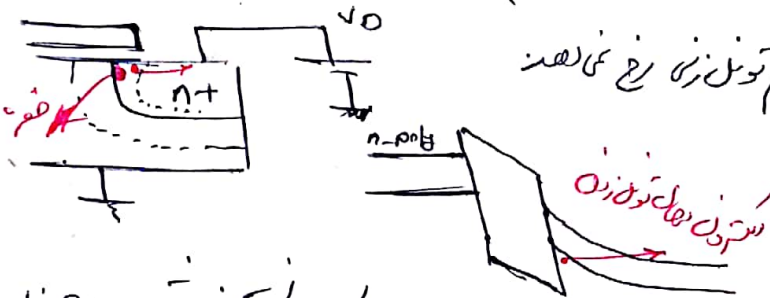
$$i_D \propto e^{-\frac{qV_G}{nkT}}$$

$$i_D \propto e^{-\frac{qV_G}{nkT}} \rightarrow \ln i_D = -\frac{qV_G}{nkT} \rightarrow \frac{dV_G}{d(\ln i_D)} = -\frac{nkT}{q}$$

$$S \equiv \frac{1}{\frac{d(\ln i_D)}{dV_G}} = \ln 10 \cdot \frac{dV_G}{d(\ln i_D)} = \ln 10 \cdot \frac{nkT}{q}$$

extract name = "nvt1" x.val from curve (abs(v, "gate"), abs(i, "drain"))
 where v.val = 0.1e-6

مدل رایج استفاده شده برای GIDL در حالت کم توان Chen et al در سال 1987 معرفی کرد.
 که بصورت مدل انحنای باند ثابت (constant band bending) معرفی است



در این مدل تا به سطحی از انحنای باند نرسیم توان زیر را نخواهیم دید

GIDL باعث می شود چون حالت فیلد است که در آنجا پتانسیل در ناحیه دریا به قدری کم می شود که می تواند باعث افزایش خواص می شود

$$E_s = \frac{V_D - 1.2}{3.9 \times 10^{-8}}$$

$$J_0 = A E_s \exp(-B/E_s)$$

A: ثابت تجربی است (cm/ohm)

$$B = 21.3 \frac{MV}{cm} \text{ عدد } m^* = 0.2$$

$$\frac{\pi m^* E_g^{3/2}}{2\sqrt{2} q k} = B$$

kink \rightarrow on-state

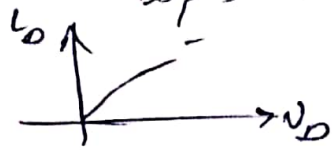
GIDL \rightarrow off-state

thin film sot $t_{Si} < 50nm \rightarrow$ در تمام شرایط کاره می تواند نامبر علم برابر در تمام حالت ها خواهد بود

thick film sot $t_{Si} > 100nm \rightarrow$ FD LPD بودن تابع می باشد

$t_{Si} \ll \frac{1}{3} L_g \rightarrow$ تا سوراخ شدن می نرسد \rightarrow sink gate $\rightarrow t_{Si} > 4 L_g$
 Multi gate $\rightarrow t_{Si} > 2 L_g$

در درجه اول با کاهش طول سیمت ضخامت t_{Si} کاهش داده نشود پدیده سوراخ شدن punch through در این صورت در ضخیم t_{Si} پتانسیل دریا به قدری کم می شود که می تواند باعث افزایش خواص می شود



$$t_{Si} \downarrow \Rightarrow V_{th} \downarrow$$

$$L \downarrow \Rightarrow S \uparrow$$

برای اتصال متصل مورد نیاز است
 L باید t_{Si} را کم کنیم

اثرات ناویبر در مانیت

short channel effect → mobility degradation
 → velocity saturation → سبک شدن μ_m در طول

قبل از اشباع $I_D \propto V_G^2$
 که بعد از اشباع $I_D \propto V_G$
 رابطه قطع

تکرار معادله اشباع $I_D = nqV_{sat}$ $I_D = nqV_{sat}$

تکرار معادله اشباع بعد از اشباع $I_D = nqV_{sat}$

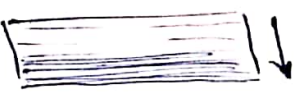
$I_{D(sat)} = W C_{ox} (V_G - V_{th}) V_{sat}$ $I_{D(sat)} = W C_{ox} V_{sat}$

vertical channel engineering

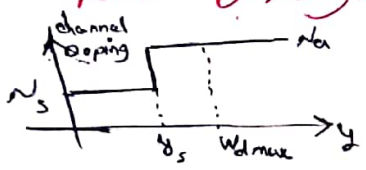
punch through effects → retrograde well & halo implants

Hot electron effect → light doped drain

باید از این فرجه بزرگتر
 و کاهش ریزش در درجه



باید از این فرجه بزرگتر



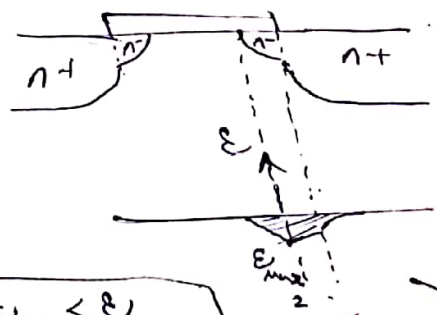
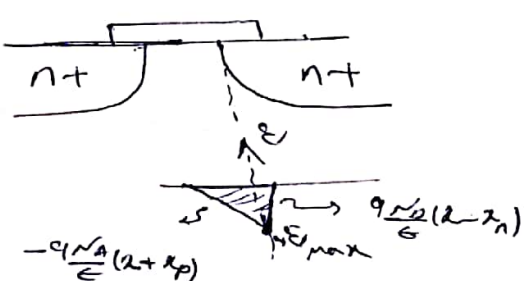
retrograde یاید کمتر از عین سورس و درین باشد
 ندرت نا صید با غلظت کم با صید با غلظت زیاد یاید به صورت تیز در سطح اوی باشد

Source/drain, lateral channel extension engineering

پیش از این کانال با توجه به تغییر طول کانال باید تغییر کند (عمق)
 و این کار برای طول کانالها که کوچکتر از 50nm بسیار دشوار خواهد بود.

Source/Drain Engineering

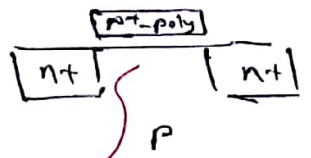
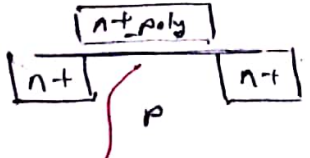
Source/drain Extension (Light Doped Drain)



$E_{max2} < E_{max1}$

چرا که سطح زیر منبر در سطح ناویبر باشد لایه این امر از آن است که
 ناویبر (هم) برقرار باشد.

دین باعث کاهش دین و شلست
 و اثرات اکمرون دفع شود.



در این حالت بجای n^+ و n^+ از
 n^+ و n^+ استفاده شده به
 عمق در مانیت در n^+ buried channel
 در این حالت کاهش اثرات کانال کوتاه
 خصوصاً پدید می آید و در درجه

کانال عمیق

کانال عمیق است

ITRS Road map $\frac{dL}{dt} \approx \frac{1}{2012}$

$L = 50\text{nm}$

$t_{ox} < 1\text{nm}$

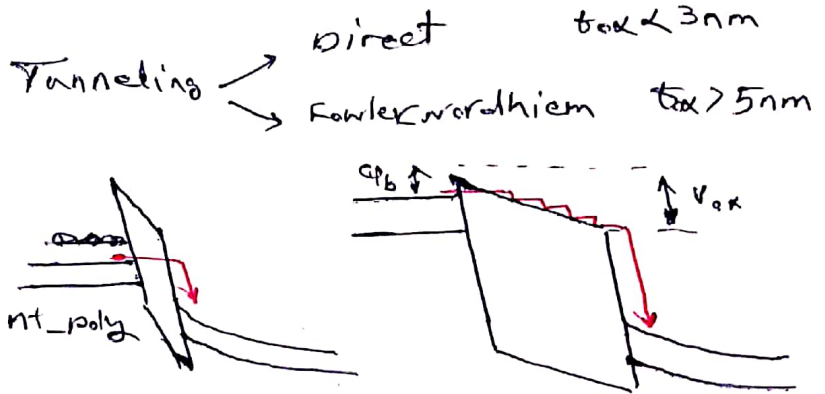
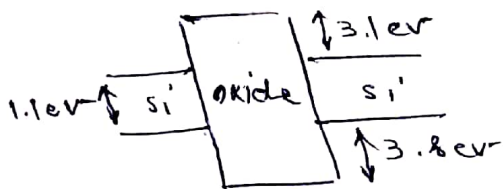
contact $d_j \rightarrow (10-20)\text{nm}$

$d_{ij} \rightarrow (10-20)\text{nm}$

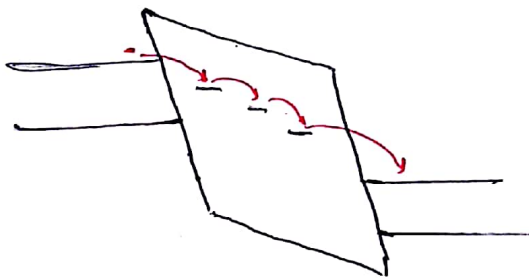
$V_{dd} \rightarrow (0.5-0.6)\text{Volt}$

$d_j \rightarrow (11-19)\text{nm}$

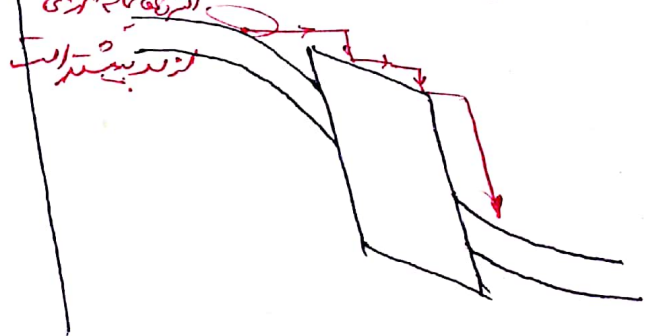
$n_{eff} \rightarrow 14 \times 10^{18}\text{cm}^{-3}$



Trap Assisted Tunneling



Hot electron injection



bulk MOSFET $\rightarrow V_{ox} \uparrow \rightarrow n_i \uparrow \Rightarrow \Phi_F \downarrow \rightarrow W_{max} \downarrow \Rightarrow Q_{depl} \downarrow \Rightarrow V_{th} \downarrow$

PO - SOI $\rightarrow V_{ox} \uparrow \Rightarrow n_i \uparrow \Rightarrow \Phi_F \downarrow \rightarrow W_{max} \downarrow \Rightarrow Q_{depl} \downarrow \Rightarrow V_{th} \downarrow$

FD - SOI $\rightarrow V_{ox} \uparrow \Rightarrow n_i \uparrow \Rightarrow \Phi_F \downarrow \Rightarrow W_{max} \Rightarrow Q_{depl} = C_{ox} V_{th} \rightarrow V_{th}$